

Empleo de medidas de performance en la evaluación de fondos de inversión

A pesar del espectacular desarrollo cualitativo y cuantitativo de la industria de los fondos de inversión en España en la última década, al contrario que en el mercado americano, no ha surgido una literatura suficiente sobre la evaluación del comportamiento. Esta carencia es más evidente desde la perspectiva profesional o comercial, donde el aspecto primordial para la evaluación de los resultados obtenidos por un fondo de inversión ha sido y es la rentabilidad, dejando en gran medida aparte el componente riesgo.



**David Moreno
Ignacio Olmeda**
Laboratorio de Finanzas
Computacionales
(Universidad de Alcalá)

En los últimos años, los fondos de inversión han tenido un notorio auge en nuestro país. En especial, desde principios de 1997 hasta ahora, los fondos de inversión han sido objeto de un aumento, no sólo cuantitativo, sino también cualitativo. Muestra de ello es la ampliación del abanico de activos que componen las carteras de inversión de dichos fondos, el aumento de las categorías de los mismos y, también, el crecimiento del número de fondos ofertados, así como de la capitalización de los mismos, dentro de todas las categorías a las que pertenecen.

Sin embargo, nos encontramos ante un hecho contradictorio, los trabajos o investigaciones que analizan dichos instrumentos financieros no han podido seguir el elevado ritmo de crecimiento alcanzado por los mismos. En este sentido, y al contrario que en el mercado americano, no ha surgido una literatura suficiente sobre la evaluación del comportamiento de los fondos de inversión.

Además, esta carencia es más evidente desde la perspectiva profesional o comercial, donde el aspecto primordial para la evaluación de los resultados obtenidos por un fondo de inversión ha sido y es la rentabilidad, dejando en gran medida aparte el componente riesgo.

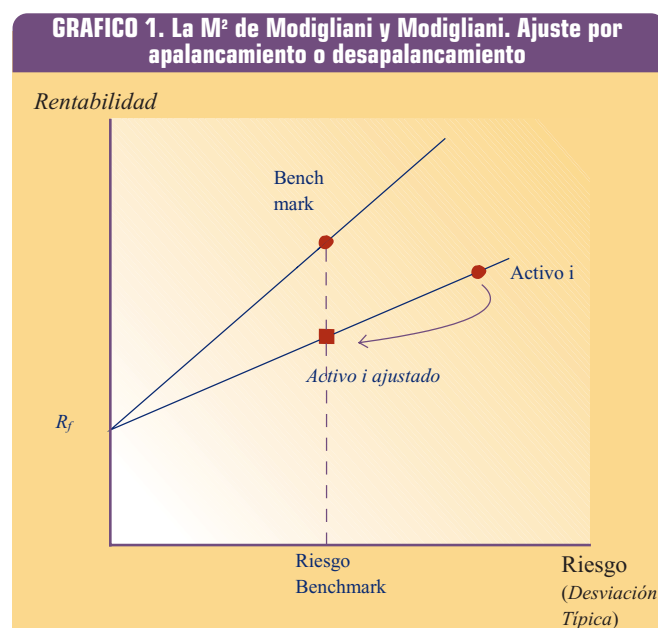
Lógicamente, esta deficiencia es grave, y en absoluto acorde, con la Teoría de Selección de Inversiones desarrollada en el seno de la literatura financiera, que postula una idea básica y generalmente aceptada: el inversor desea maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo de sus inversiones, para con ello maximizar su función de utilidad. Así, desde los trabajos pioneros de Markowitz (1952, 1959), es ampliamente conocido que para evaluar los resultados logrados por un activo o una cartera (como pueden ser considerados los fondos de inversión), es necesario tener en cuenta al menos dos aspectos: la rentabilidad y el riesgo.

El tomar en consideración ambos parámetros no supone complicaciones adicionales al evaluar o comparar inversiones que posean, bien un mismo nivel de riesgo, o bien, idéntica rentabilidad.

Sin embargo, cuando difieren ambos parámetros, la comparación y, por tanto, la elección, resulta más difícil. Para facilitar esta tarea, se construyen determinadas herramientas, denominadas "medidas de performance", que permiten la comparación en términos de rentabilidad y riesgo, conjuntamente, de una forma más cómoda y eficiente. Una medida de performance se puede definir como una fórmula que resume estos dos aspectos en una sola cifra, proporcionando una valoración de los resultados desde la perspectiva del binomio rentabilidad-riesgo. Esto permite, por tanto, comparar las actividades de gestión desarrolladas por diferentes gestores o fondos de inversión, estableciendo un ranking entre los mismos⁽¹⁾.

El origen de las medidas de performance, que se remonta a los años 60, puede encontrarse en los trabajos de Jensen (1968), Sharpe (1966) y Treynor (1965). Posteriormente, surge una gran variedad de ellas en la literatura financiera. La mayor parte de las medidas de performance se ha desarrollado dentro del marco media-varianza, introducido por Markowitz (1952, 1959), estando, un buen número de las mismas, asociado a un determinado modelo de valoración de activos, como el CAPM o APT. Sin embargo, también se han construido medidas de este tipo en otros contextos.

La teoría media-varianza, debida principalmente al premio Nobel Harry Markowitz, constituye el eje y referencia necesaria para el análisis y desarrollo de la posterior teoría de carteras. Este modelo se caracteriza porque recoge de forma explícita el comportamiento del inversor, establece hipótesis de partida en relación con este hecho; supone que el sujeto decisor es racional y



avverso al riesgo. El modelo de dos variables de Markowitz postula que el inversor (individuo, o gestor de carteras o fondos de inversión), cuando realiza la selección de sus inversiones, únicamente debe de tener en cuenta los dos primeros momentos de la distribución de probabilidad de los rendimientos de los activos financieros que constituyen el conjunto de posibilidades de inversión. Es decir, en el proceso de adopción de decisiones de cualquier agente, los únicos elementos que deben considerarse son la rentabilidad, medida a través de la media, y el riesgo (entendido como variabilidad de los resultados), que se representa mediante la varianza o desviación típica de la distribución de probabilidad de los rendimientos de los objetos de elección (activos o fondos de inversión). Por último, el inversor seleccionará, dentro del conjunto de inversiones posibles del mercado, el activo o cartera que, para un nivel de riesgo dado (el que esté dispuesto a asumir) proporcione la máxima rentabilidad, o dicho de otro modo, que para una rentabilidad especificada (la

que se fije como objetivo) proporcione el mínimo riesgo.

Esta teoría se sostiene siempre que se cumpla, al menos, uno de los siguientes requisitos: i) La distribución de probabilidad de los rendimientos de los activos es normal o gaussiana; ii) La función de utilidad de los inversores es cuadrática, es decir, presenta la siguiente forma:

$$U(X) = \alpha + \delta X + \phi X^2$$

siendo X la rentabilidad del activo o cartera en cuestión. Sin embargo, existe evidencia empírica suficiente para afirmar que, por lo general, ninguno de los supuestos anteriores se verifica.

En cuanto al primero de ellos, numerosos trabajos ponen en tela de juicio la hipótesis de normalidad de los rendimientos de activos financieros. Los resultados de una parte importante de estudios, dentro de esta línea de investigación, permiten concluir que las distribuciones de activos individuales, índices internacionales e incluso fondos de inversión no siguen una distribución normal. Por lo general, al aplicar los tests estadísticos pertinentes, se produce un elevado rechazo

de la hipótesis de normalidad. Las principales causas del citado rechazo residen en la existencia de asimetría y leptocurtosis en las distribuciones de probabilidad de las series de rendimientos financieros [ver Moreno, Marco, y Olmeda, 2002, o Moreno y Olmeda, 2001].

En relación con el segundo supuesto, debemos destacar que la función de utilidad cuadrática, que supone un grado de aversión absoluta al riesgo constante, no es acorde con el comportamiento generalmente observado en los inversores. Ya que, la aversión al riesgo del inversor varía en función de cual sea la cuantía de su riqueza. Ante estas llamadas de socorro, surgen nuevas medidas, tanto de performance, como de riesgo: medidas de *downside risk* (la semidesviación típica, o *lower-partial-moment*). Como expondremos más adelante, estas medidas se basan, principalmente, en el incumplimiento de la hipótesis de normalidad de las distribuciones de probabilidad de los rendimientos financieros, a pesar de que, gran parte de los modelos de valoración y selección de inversiones, suponen el cumplimiento de dicha hipótesis.

MEDIDAS DE PERFORMANCE CLÁSICAS

A efectos de la exposición, hemos clasificado las medidas de performance en dos grupos, en función del momento de su aparición. Dentro de las medidas que denominamos clásicas o tradicionales, y que son las más extendidas, destacamos el Ratio de Sharpe (Sharpe, 1966), el Ratio de Treynor (Treynor, 1965), el Alpha de Jensen (Jensen, 1968) y el Information Ratio. Más recientemente, se han desarrollado otras medidas, de entre las cuales destacamos; la M² (Modigliani y Modigliani, 1997) y las medidas, Gh1 y

(1) Para un análisis, más exhaustivo y sobre todo matemático, sobre cuales son las propiedades que debería cumplir toda medida de performance, consultar Chen y Knez (1996).

> Gh2, elaboradas por Graham y Harvey, 1997.

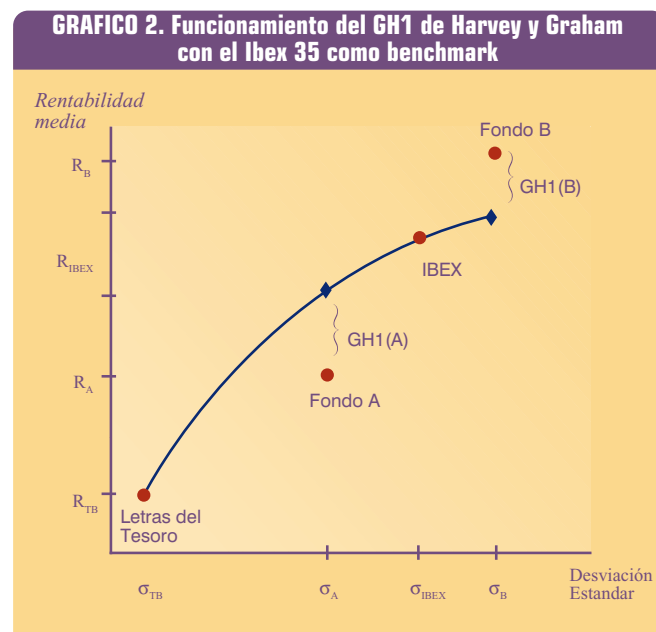
El Ratio de Sharpe constituye la medida más conocida y ampliamente utilizada a lo largo de la literatura financiera. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\text{RatioSharpe} = \frac{R_i - r_f}{\sigma_i}$$

donde R_i y σ_i representan, respectivamente, la rentabilidad y desviación típica de la cartera o fondo de inversión i y r_f es la rentabilidad del activo libre de riesgo, para el periodo considerado.

Esta medida de performance se ha empleado indistintamente para evaluar los resultados obtenidos por un activo o por una cartera, sin embargo, su aplicación sólo es del todo correcta cuando se valora la incorporación de un activo (incluso un índice o un fondo de inversión) en la cartera de un inversor que, hasta ese momento, no posee ningún otro activo arriesgado. Si ya existieran activos con riesgo en la cartera del inversor en cuestión, lógicamente, estarían correlacionados con el nuevo activo evaluado y, como el Ratio de Sharpe cuantifica el riesgo únicamente mediante la varianza, sin considerar las covarianzas entre los distintos activos financieros, el resultado de esta medida sería incorrecto, al no incorporar la totalidad del riesgo de la cartera evaluada. El propio Sharpe, en su trabajo "The Sharpe Ratio" (1994), señala que esta medida solamente debe emplearse en el caso de que el agente no vaya a mantener una cartera de activos financieros que posea con anterioridad a la incorporación del activo que se evalúa, salvo que ésta posea, únicamente, un activo libre de riesgo.

Otras medidas ampliamente utilizadas son: el Ratio de Treynor (Treynor, 1965) y el Alpha de Jen-



sen (Jensen, 1969). Los cuales se pueden calcular como:

$$\text{RatioTreynor} = \frac{R_i - r_f}{\beta_i}$$

$$\text{Alpha} = R_i - [r_f + \beta_i (R_m - r_f)]$$

donde R_i es la rentabilidad obtenida por la cartera o fondo de inversión i , r_f es la rentabilidad del activo libre de riesgo para el periodo considerado, β es el coeficiente del riesgo sistemático de la cartera, y R_m es la rentabilidad del mercado.

Ambas medidas de performance emplean como medida del riesgo la beta (β), que considera la correlación entre los diferentes activos. Por ello, pueden emplearse cuando el inversor posee otros activos en su cartera, correlacionados o no con el activo a valorar. Sin embargo, a pesar de esta mejora frente al Ratio de Sharpe, no están exentas de críticas, ya que ambas tienen su origen en uno de los modelos de valoración de activos más cuestionados: el Capital Asset Pricing Model, CAPM.

Una medida de performance derivada del Ratio de Sharpe, es lo que se ha denominado como In-

formación Ratio, y que permite medir el rendimiento extra, frente a un rendimiento objetivo o benchmark, por unidad de riesgo asumida. Matemáticamente se define como:

$$\text{IR} = \frac{\bar{D}}{\sigma_{D_i}}$$

$$D_{i,t} = R_{i,t} - R_{b,t};$$

$$\bar{D} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{i,t} - R_{b,t})$$

siendo $R_{i,t}$ el rendimiento del activo i en el periodo t , $R_{b,t}$ la rentabilidad de la cartera benchmark en t , y σ_{D_i} la desviación típica de las diferencias de rentabilidad entre el fondo de inversión y el benchmark.

La ventaja de esta medida frente al Ratio de Sharpe es que permite realizar una evaluación relativa de los resultados obtenidos por un gestor. Es decir, permite medir su performance respecto de un benchmark⁽²⁾. Por ejemplo, supongamos la evaluación, en base a los Ratios de Sharpe e Información, de un fondo de inversión de renta variable, durante un periodo en que el mercado de renta

variable ha sufrido pérdidas generalizadas. A través del Ratio de Sharpe, la mayoría de los fondos de inversión presentarán valores negativos. Sin embargo, en contra de los resultados de dicha medida, no todos los fondos pueden haber realizado una mala gestión en ese periodo. Por el contrario, si aplicamos el Información Ratio, empleando como benchmark el índice IBEX-35, habrá fondos con valores positivos, siempre que hayan conseguido una rentabilidad superior a la del mercado. Y estos serán penalizados siempre que su nivel de riesgo, medido a través de la desviación típica, sea mayor que el del benchmark.

Más recientemente, Modigliani y Modigliani proponen una nueva medida de rentabilidad ajustada al riesgo, RAP (o *Risk-Adjusted-Performance*), denominada M^2 . Se basa en la idea de fijar un nivel de riesgo (el de mercado o el del benchmark), e igualar el riesgo de los fondos de inversión que se evalúan a dicho riesgo establecido. Para ello, se sigue un proceso de ajuste por apalancamiento (o desapalancamiento), como el que ilustra el gráfico 1.

La M^2 puede expresarse analíticamente mediante la siguiente expresión:

$$M^2 = \frac{\sigma_b}{\sigma_i} (R_i - r_f) + r_f$$

cuyas variables explicativas se definen como en las anteriores medidas.

Es necesario señalar que la M^2 permite obtener una clasificación o ranking de los fondos de inversión idéntica a la conseguida por el Ratio de Sharpe. Por tanto, desde este punto de vista, no podemos afirmar su superioridad frente a las medidas de performance tradicionales, sin embargo sí presenta algunas ventajas.

(2) Es de vital importancia para la correcta evaluación de los resultados, que el benchmark sea elegido con cautela, y que guarde cierta relación con las propias características del producto de inversión a evaluar [ver Lehmann y Modest, 1987]

La ventaja de la M^2 radica en que puede interpretarse económicamente. El Ratio de Sharpe carece de interpretación económica, pues no se cuantifica en unas unidades definidas, (por ejemplo, que el diferencial entre el Ratio de Sharpe de dos activos sea 0.05 o 0.011, no tiene interpretación económica alguna), por el contrario, la M^2 expresa un diferencial de rentabilidad, dado un mismo nivel de riesgo, y se mide en puntos básicos.

Ahora bien, la M^2 también presenta importantes inconvenientes. Debemos destacar que su construcción posee problemas técnicos relacionados con una cierta inconsistencia temporal. Para ser más exactos, cuando la fecha de maduración del activo libre de riesgo y la fecha de valoración de los resultados, adoptadas en el cálculo de la M^2 , no coinciden, este criterio presenta un sesgo que persiste en la medición de los resultados de un activo. Por tanto, y dado que solventan este problema, podemos afirmar que las medidas Gh1 y Gh2 de Graham y Harvey (1997), a las que dedicamos el siguiente epígrafe, superan ampliamente a la M^2 , tanto desde un punto de vista técnico, como funcional.

NUEVAS MEDIDAS DE PERFORMANCE

La hipótesis de que los rendimientos de activos financieros se distribuyen normalmente, ha sido defendida y se ha erigido como uno de los supuestos básicos de la mayoría de modelos de Selección y Valoración de Inversiones. Sin embargo, es abundante la literatura financiera que aboga en con-

tra de la hipótesis de normalidad de la distribución de probabilidad de los rendimientos financieros. En esta línea, de acuerdo con Klemkosky (1973) y Nawrocki (1999), entre otros, podemos afirmar que, como la distribución de probabilidad de los rendimientos no es normal, ya que generalmente se presenta leptocúrtica y asimétrica, la cuantificación del riesgo no debe efectuarse empleando una medida de dispersión centrada con respecto a la media, adecuada tan sólo para distribuciones simétricas (como la normal), pues en caso de asimetría penaliza de igual modo las desviaciones por encima y por debajo de la media, comportamiento que consideramos contradictorio con el de un inversor racional y averso al riesgo. En su lugar, es más adecuado emplear una medida de *downside risk*, es decir, una medición del riesgo, entendido como la obtención de rendimientos por

debajo del objetivo fijado (la media, una rentabilidad nula, la tasa libre de riesgo, o cualquier otro nivel que considere deseable,...). Ya que, el inversor no quiere obtener un rendimiento inferior al deseado, sin embargo, al ser racional, nunca se muestra reacio ante una ganancia superior a la planeada. Esto permite corregir el sesgo provocado por el uso de la varianza o desviación típica en las medidas de performance. Dentro de este nuevo marco, el de *downside risk*, existen varias medidas de performance como el *Reward to semivariability* (R/SV), a la que dedicamos las siguientes líneas.

Esta medida se asemeja bastante al Ratio de Sharpe, sin embargo, considera como medida del riesgo la semidesviación típica. Es decir, supone que las perturbaciones positivas, o rendimientos que superan un determinado umbral, no suponen una desutili-

dad para el inversor. Esto significa que, para el inversor únicamente constituye riesgo el que los rendimientos de un activo o cartera estén por debajo de un umbral o benchmark⁽³⁾. La expresión analítica del R/SV es la siguiente:

$$R/SV = \frac{R_i - r_f}{\text{Semi } \sigma_i}$$

donde R_i es la rentabilidad de la cartera, r_f es la rentabilidad del activo libre de riesgo, y Semi representa la semidesviación típica⁽⁴⁾.

Otra de las medidas de medición del riesgo, algo más general y propuesta por estos autores, es *Lower-Partial-Moment*:

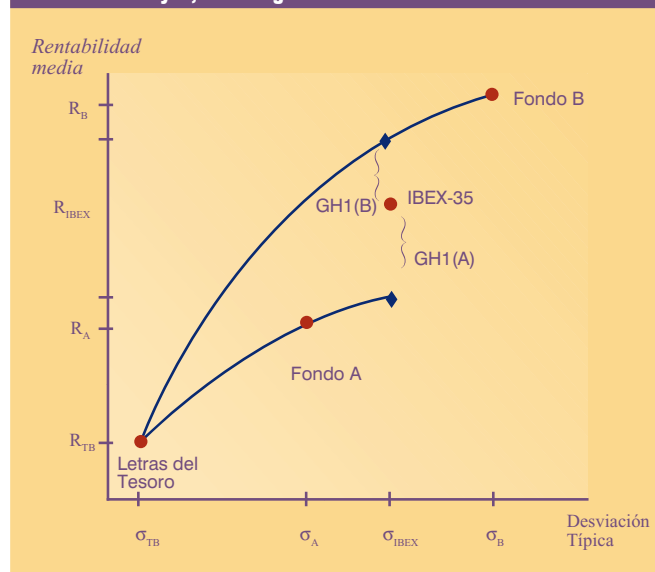
$$LPM(a, t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \min[0, (R_{i,t} - U)]^a$$

donde T es el número de periodos considerados, U es el umbral y a es el "grado del LPM". Este coeficiente, que puede ser un número entero o fraccional, se corresponde con el grado de aversión al riesgo del inversor.

Según los defensores del LPM [consultar Nawrocki, 1992], la ventaja de esta medida del riesgo frente a las anteriormente expuestas, reside en que no limita la evaluación de los resultados a una única forma de la función de utilidad del inversor⁽⁵⁾. El coeficiente a proporciona flexibilidad a este método, pues cuanto más elevado es su valor, representa un nivel mayor de aversión al riesgo del decisor, cuya función de utilidad se pretende modelizar.

Harvey y Graham (1997) desarrollan dos nuevos métodos, denominados Gh1 y Gh2, para evaluar los resultados obtenidos por los ges-

GRAFICO 3. Proceso de ajuste (GH2) de la rentabilidad de los fondos A y B, hasta igualar la volatilidad del S&P 500



(3) Estas medidas de *downside risk* tiene su origen en el trabajo de Roy (1952) donde plantea que el inversor intenta o busca obtener rentabilidades por encima de un nivel mínimo o de catástrofe (*Safety First*).

(4) Se define la Semidesviación típica como:
$$\text{Semi } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \min[0, (R_{i,t} - \text{Umbral})]^2}{T}}$$

donde T es el número de periodos, $R_{i,t}$ es la rentabilidad de la cartera o activo i en el instante t, Umbral es la tasa de rentabilidad por debajo de la cual el inversor sufre una utilidad negativa.

(5) Debido a que dependiendo del valor del parámetro "a", se representa la función de utilidad de un inversor amante del riesgo ($a < 1$), neutral al riesgo ($a = 1$), o diferentes grados de aversión al riesgo ($a > 1$). Para un mayor detalle consultar Fishburn (1977).

tores de fondos de inversión, dentro de un contexto media-varianza. El Gh1 permite cuantificar si han existido rendimientos extraordinarios frente a un determinado benchmark o índice de referencia, mientras que, el Gh2 sirve para comparar los resultados entre diversos fondos de inversión. La idea central de la primera de estas dos medidas, Gh1, es estimar el diferencial de rentabilidad que se habría obtenido entre un fondo de inversión y un benchmark (por ejemplo el IBEX-35), una vez que se ajusta la rentabilidad del benchmark, hasta lograr que su nivel de riesgo, medido por la varianza, sea igual al riesgo del fondo de inversión que se desea evaluar. Así, siguiendo un procedimiento de ajuste por apalancamiento similar al empleado en el cálculo de la M^2 , si la volatilidad del fondo de inversión es mayor que la del benchmark, será necesario un proceso de apalancamiento sobre este benchmark hasta que su varianza sea igual a la del fondo de inversión cuyos resultados se desean medir. Por el contrario, si la volatilidad del fondo de inversión es menor que la del benchmark, lo que supondremos es que se invierte sólo una parte del presupuesto en el benchmark, y el resto en activo libre de riesgo, al objeto de reducir el riesgo del benchmark hasta el nivel deseado. Como resultado de este proceso, obtenemos una medida del exceso/defecto de rendimientos, ajustados al riesgo. En el gráfico 2 se muestra el funcionamiento de la medida Gh1, tomando como benchmark el índice del mercado español IBEX-35. El procedimiento consiste en calcular la diferencia entre la rentabilidad obtenida por el fondo A (o B) y la rentabilidad "teórica" (la que habría obtenido el IBEX-35), para un nivel de volatilidad igual a la del fondo A (o fondo B). Sin embargo, esta medida no permite comparar entre los $Gh1_A$ y

<Con la GH1 de Harvey y Graham se estima el diferencial de rentabilidad que se habría obtenido entre un fondo de inversión y un benchmark, una vez que se ajusta la rentabilidad del mismo, hasta lograr que su nivel de riesgo, medido por la varianza, sea igual al riesgo del fondo de inversión que se desea evaluar. >

$Gh1_B$, ya que el nivel de riesgo de cada uno es distinto. Con el fin de poder efectuar comparaciones, se determina la $Gh2$. Esta segunda medida eleva o reduce el nivel de riesgo de los fondos de inversión, siguiendo un procedimiento idéntico al de la $Gh1$, hasta conseguir una volatilidad igual a la del mercado considerado benchmark. De esta forma, como todos los fondos de inversión objeto de estudio tendrán el mismo nivel de riesgo, podremos compararlos entre sí y realizar rankings. El gráfico 3 ilustra el proceso de ajuste ($Gh2$) de la rentabilidad de los fondos de inversión A y B, hasta igualar la volatilidad del S&P

500. Finalizado dicho proceso, se obtiene la diferencia entre la rentabilidad modificada de cada fondo y la del benchmark:

$$Gh2_A = R_A^* - R_{S\&P500}$$

R^* , representa la rentabilidad ajustada al nivel de volatilidad del S&P 500. El gráfico anterior pone claramente de manifiesto que $Gh2_B > Gh2_A$. Esto significa que los resultados ajustados por riesgo conseguidos por el fondo B son mejores que los que proporciona el fondo A. Por tanto, un inversor que considere esta medida, como indicador de la eficiencia en la gestión de los fondos de inversión, debería invertir en el fondo B. Para finalizar, debemos puntualizar que, aunque las medidas de

Harvey y Graham (1997) pueden parecer muy semejantes a la M^2 , de Modigliani y Modigliani (1997), las diferencias entre ambas existen y son significativas. Aún más, estas medidas consiguen corregir los problemas de cálculo de la M^2 , relacionados con las fechas de vencimiento del activo libre de riesgo y de valoración del fondo de inversión. La $Gh1$ y $Gh2$ suponen que el periodo de maduración del activo libre de riesgo no coincide exactamente con la fecha o periodo en el cual se evalúan las carteras. En consecuencia, existe un cierto riesgo, de manera que, la volatilidad del activo considerado "libre de riesgo" es distinta de cero, ya que para el proceso de desapalancamiento será necesario incorporar activos libres de riesgo que serán vendidos con posterioridad antes de su vencimiento, asumiendo, por tanto, cierto riesgo de mercado. Con esto, se consigue superar el inconveniente que, como anteriormente mencionamos, muestra la M^2 , es decir, se elimina el sesgo derivado de la falta de coincidencia entre las fechas mencionadas. □

[bibliografía]

- Fishburn, P.C., 1977**, "Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns," *American Economic Review*, 67(2), 116-126.
- Graham, John R. and Campbell R. Harvey**, "Grading The Performance Of Market-Timing Newsletters," *Financial Analyst Journal*, 1997, v53 (6,Nov/Dec), 54-66.
- Jensen, Michael C.** "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964," *Journal of Finance*, 1968, v23(2), 389-416.
- Klemkosky, Robert C., (1973)**, "The Bias in Composite Performance Measures", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v.8 (3), 505-514.
- Lehmann, Bruce, y David Modest, (1987)**, "Mutual Fund Performance Evaluation: a Comparison of Benchmarks and Benchmarks Comparisons", *Journal of Finance*, Vol.42 (2), 233-266
- Markowitz, Harry M., (1952)**, "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7, 77-91
- Markowitz, Harry M.**, *Portfolio Selection- (First Edition)*. New York: John Wiley and Sons, 1959.
- Modigliani, Franco and Leah Modigliani**, "Risk-Adjusted Performance," *Journal of Portfolio Management*, 1997, v23(2, Winter), 45-54.
- Moreno, David y Ignacio Olmeda, (2001)**, "Are the Emerging Markets more Predictable than the Developed Ones?", IX Congreso de Finanzas (Universidad de Pamplona).
- Moreno, David; Paulina Marco, y Ignacio Olmeda, (2002)** "Forecasting Risk Models: An Application to Optimal Portfolio Selection", [Working Paper: Laboratorio de Finanzas Computacionales].
- Nawrocki, David, 1992**, "The Characteristics of Portfolios Selected by N-Degree Lower Partial Moment", *International Review Financial Analysis*, Vol. 1, (3), 195-209
- Nawrocki, David, 1999**, "A Brief History of Downside risk Measures". *Journal of Investing*, Fall. Vol.8 (3), 9-25
- Roy, A. D.** "Safety First And The Holding Of Assets," *Econometrica*, 1952, v20(3), 431-449.
- Sharpe, William F.** "Mutual Fund Performance," *Journal of Business*, 1966, v39(1), Part II, 119-138.
- Sharpe, William F.** "The Sharpe Ratio," *Journal of Portfolio Management*, 1994, v21(1), 49-59.
- Treynor, Jack L.** "How To Rate Management Of Investment Funds," *Harvard Business Review*, 1965, v43(1), 63-75.

