

# HIPERTEXTO

HIPERTEXTO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
DISEÑO, DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE UNA EXPERIENCIA DOCENTE

38

## RESUMEN

Esta investigación pretende mostrar la importancia que puede adquirir el hipertexto, para la enseñanza interactiva de las Matemáticas, con objeto de reducir las horas de enseñanza presencial al máximo de 15 semanales, que vienen impuestas por las nuevas disposiciones para la enseñanza de la Ingeniería en España.

La combinación del hipertexto con programas existentes en el mercado, para la presentación de ejemplos y resolución de ejercicios, permiten un trabajo más personal e individualizado del alumno, supliendo la interactividad con el ordenador la hasta ahora existente con el profesor en el aula.

Se diseñó un modelo que fue sometido a prueba con diversos colectivos de estudiantes, ofreciéndoles un módulo de enseñanza de geometría diferencial, a través del hipertexto diseñado por los autores, auxiliados por las posibilidades que ofrece el programa Mathematica.

La Evaluación de la investigación cubre tres aspectos: Evaluación del Software, evaluación de Reacción y Evaluación del Aprendizaje, que se explicitan en el texto.

## 1. OBJETIVOS Y MUESTRA DE LA INVESTIGACIÓN

Con la nueva regulación de los estudios universitarios en España, el "tiempo de presencia" de enseñanza habrá de ser reducido a un 70% del actual, dejando que los alumnos realicen la mayor parte del trabajo en casa. Esta es la intención con la que surgió la idea de preparar cierto "material electrónico" para enseñanza, con objeto de probarlo, observar los resultados y compararlos con otros obtenidos por métodos clásicos.

Se ha elegido la Geometría Diferencial como tema del experimento, ya que el número de estudiantes involucrados en esta materia es lo suficientemente elevado como para obtener cifras significativas en la experiencia.

Los colectivos se han seleccionado de dos Universidades diferentes, así como de dos niveles distintos:

- Universidad Pontificia Comillas (UPCO), a través de su Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII) y su Escuela Universitaria de

POR

MANUEL FERNÁNDEZ  
Universidad Pontificia Comillas (UPCO)  
E.T.S. Ingenieros Industriales

A. DE LA VILLA  
Universidad Pontificia Comillas (UPCO)  
E.T.S. Ingenieros Industriales,  
Universidad Politécnica de Madrid (UPM),  
E.U.I.T.

M.<sup>a</sup> M. FERNÁNDEZ  
Universidad Pontificia Comillas (UPCO)  
E.T.S. Ingenieros Industriales

C. M. ALONSO  
Universidad Nacional a Distancia (UNED)  
Facultad de Educación

D. J. GALLEGU  
Universidad Nacional a Distancia (UNED)  
Facultad de Educación

Alberto Aguilera, 23, 28015-Madrid, España.  
Tel.: 34-1-542.28.00. Fax: 34-1-559.65.69



Ingeniería Técnica Industrial (EUITI), doscientos estudiantes en cada una.

- Universidad Politécnica de Madrid (UPM), a través de su Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial (EUITI), con un total de seiscientas personas involucradas.

## 2. EL HIPERTEXTO COMO PROPUESTA PEDAGÓGICA

La enseñanza convencional siempre se ha llevado a cabo de forma "lineal" y escalonada. Esto quiere decir que las "unidades" en las que puede dividirse el conocimiento, se transmiten una después de la otra y que el progreso de conocimientos va subiendo gradualmente por una escala en la que el conocimiento anterior sirve de base para el conocimiento siguiente. El problema está en que el proceso de aprendizaje del hombre sigue distintos caminos. La mente humana aprende, tanto de una forma profunda (estudio), como de una forma superficial (experiencia). Toma las distintas "unidades de conocimiento" y las asocia en profundidad o en paralelo, siguiendo un camino diferente, elegido personalmente por cada individuo (Fernández 93).

El Hipertexto no es ni más ni menos que una

forma de mostrar el conocimiento, dividido en pequeñas unidades (nodos), ligados de forma tal, que el estudiante puede hojear a su voluntad, recibiendo la información que él personalmente decida en cada momento. Este sistema de ir de un punto a otro se denomina navegación (Fernández 93).

La unión entre los nodos es inicialmente hecha por el profesor según su criterio. Por ello es preciso experimentar el hipertexto con diferentes personas y cambiar las uniones que sean precisas con la finalidad de reproducir con mayor precisión la forma en que estas lo usan.

### Representación de un hipertexto (Fig. 1)

La posibilidad de colocar texto y gráficos en los nodos abre la posibilidad de representar el conocimiento de forma atractiva y motivante. Combinando de forma dinámica el "Hypercard" y el "Mathematica", es posible aprender la teoría y ponerla en práctica con los ejercicios ofrecidos al estudiante para que sean resueltos por él (Fernández 92b).

Los diseñadores de un sistema de Hipertexto necesitan un buen conocimiento de la forma de razonar del hombre y de los distintos estilos seguidos en el proceso de aprendizaje (Fernández 92a). Sin esta habilidad es imposible hacer un uso inteligente de los ordenadores en la enseñanza (Alonso 92).

Un hipertexto, con imágenes, gráficos y sonidos, con la posibilidad de navegar a través de él de forma interactiva, es lo que llamamos "libro electrónico".

El camino que se ha seguido en el desarrollo del hipertexto se muestra aquí, empezando por el mis-

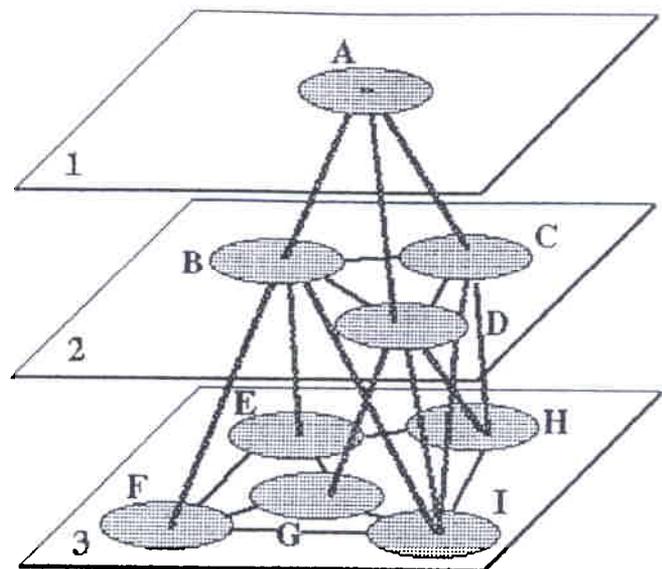
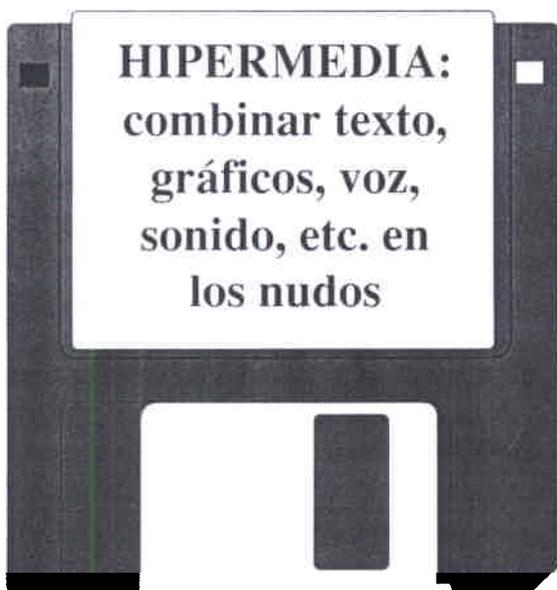


Figura 1

mo paso inicial en que se reúne la información, pasando por la preparación de los datos, el desarrollo de la arquitectura de hipertexto, su puesta en relación con el "Mathematica" y, por fin, la prueba de la aplicación.

### 3. HERRAMIENTAS DE SOFTWARE

Dos herramientas se han elegido para desarrollar este proyecto: "Hypercard" y "Mathematica", ambas bien conocidas por los expertos.

El "Hypercard" es un poderoso desarrollador de hipertexto por sí mismo. La posibilidad de crear pilas de varias fichas, hacen de él el ideal para situar cada una de las pequeñas "unidades de conocimiento" en que hemos dividido el módulo de la Geometría Diferencial, en fichas individuales. Así, cada ficha del paquete se convierte en un nodo del futuro hipertexto.

La fácil forma de establecer conexiones entre las fichas, a través de documentos escritos con su lenguaje de programación "Hypertalk", es el complemento adecuado para establecer las uniones necesarias entre los nodos.

Se puede lograr la representación gráfica con "Hypercard", pero no es la herramienta apropiada para ello. Sin embargo, el "Mathematica" es la antesala adecuada para dar paso a ejemplos preparados para que sean resueltos por el estudiante, ya que facilita un "software" de apoyo muy bueno para representar toda clase de ecuaciones en forma de gráfico.

Considerando las posibilidades que ofrecían estas herramientas, surgió la idea de escribir toda la teoría en las fichas de una pila creada con "Hypercard" y escribir todas las ecuaciones que se puedan representar gráficamente con el programa de "Mathematica". Cuando el alumno está leyendo algo y se trata de un ejemplo que le gustaría probar, llama a "Mathematica" desde "Hypercard", a través de un botón "ad hoc" y realiza toda la representación gráfica requerida.

También se incluyen ejemplos animados, como películas creadas con "Macromind Director" para

explicar un tema determinado, llamadas directamente desde "Hypercard". Se debe tener en cuenta que el "PlayMovie" haya sido instalado previamente en la pila (comando Install PlayMovie, del Manual MMPlayer), debiendo estar ésta y el "MMPlayer" en la misma carpeta y la película y el sonido, igualmente, en una carpeta común.

Cuando termina con los ejemplos vuelve a "Hypercard" y continúa dando un vistazo al paquete donde las fichas se habían unido previamente, formando el hipertexto.

### 4. COMO SE DIVIDE EL CONOCIMIENTO (NODOS)

Todos los temas que nos conciernen se han dividido en las "unidades de conocimiento" siguientes:

Curvas, parámetros, coordenadas, coordenadas paramétricas, curvas planares, curvas no planares, otras representaciones, longitud de arco, parámetro de arco, el triedro de Frenet, vectores característicos, líneas rectas, planos, vector tangente, vector normal, vector binormal, línea tangente, línea normal, línea binormal, plano osculador, plano normal, plano rectificador, curvatura y torsión.

Estas unidades se colocan en los diferentes conceptos en los que la arquitectura de nuestro hipertexto requiere. Es conveniente recordar que todas las unidades son nodos del hipertexto.

De acuerdo con el significado de cada unidad, se construirá mayor o menor número de uniones, empezando y terminando siempre en un nodo.

### 5. ARQUITECTURA DEL HIPERTEXTO (UNIONES)

La arquitectura del Hipertexto se organiza únicamente en dos niveles. La razón de la simplicidad del modelo es que, como experimento que es, no hay muchos nodos y ligaduras que introducir. Los tipos de redes más frecuentes de la arquitectura hipertexto: árboles, telas de araña, espirales, etc., aparecen en la construcción del hipertexto (Goodman 88).

La estructura en árbol del modelo es la siguiente:

El tema general CURVAS se divide en cuatro secciones: representaciones, longitud, triedro de Frenet y curvatura y torsión. Estas secciones son las habituales en el estudio de las curvas.

En el segundo escalón de la estructura de árbol, exponemos ciertos conceptos que se refieren a:

- Representaciones. Este concepto se divide en tres ramas: representaciones Cartesianas, otros sistemas de representación y curvas planas y no planas.
- Triedro de Frenet. Explicamos las principales relaciones entre los elementos del triedro de Frenet, usando las fórmulas de Frenet.

Las unidades de conocimiento elegidas en cada grupo (cuatro secciones en el primer escalón y otras cuatro en el segundo) son las siguientes:

- Representación: Parámetro, representación analítica y coordenadas.
- Longitud: arco de longitud y arco de parámetro.
- Triedro de Frenet : línea recta, plano, vector característico, vector tangente, vector normal, vector binormal, línea tangente, línea normal, línea binormal, plano osculador, plano normal, plano rectificante.
- Curvatura y torsión: Curvatura y torsión, super-

poniendo varios objetivos para explicar sus expresiones en las distintas coordenadas.

- Coordenadas Cartesianas: Representación explícita, representación paramétrica, representación implícita.
- Otras representaciones: coordenadas no Cartesianas, coordenadas polares, coordenadas esféricas y cilíndricas
- Curvas planas y no planas: las dos unidades son similares a este concepto, curvas planas y no planas.
- Fórmulas de Frenet: la primera, segunda y tercera fórmulas de Frenet..

Es fácil observar que el triedro de Frenet es la estrella. Este papel lo juega en un doble sentido: por un lado, se trata de un tema totalmente desconocido para los alumnos y, por otro lado, es un concepto fundamental en la Geometría Diferencial.

La visión global de la división efectuada de los distintos conceptos en “unidades de conocimiento” es la indicada en la siguiente figura (Fig:2):

Es posible dar una exposición analítica de las uniones. La estrategia ha sido la siguiente: cada unidad se ha bautizado con una letra y un número.

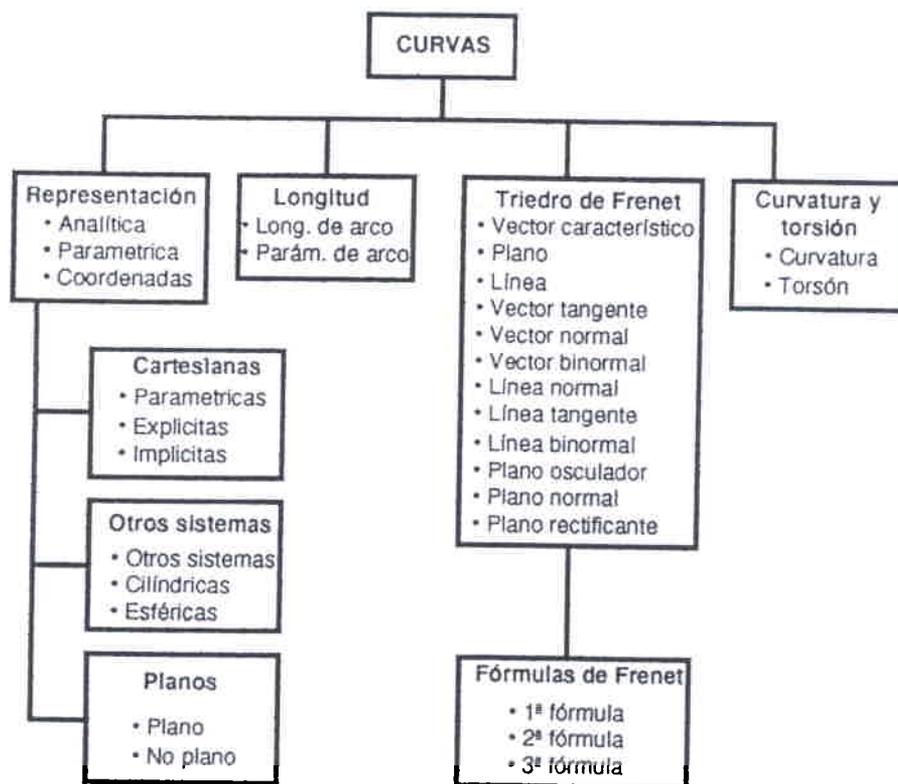


Figura 2

La letra se asocia con el concepto donde las unidades están incluidas y el número es la posición correlativa de la unidad dentro del concepto. Las letras usadas para los conceptos son:

A para representación, B para longitud, C para el triedro de Frenet, D para curvatura y torsión. E para coordenadas Cartesianas, F para otras representaciones, G para curvas planas y no planas H para fórmulas de Frenet.

Los números para denominar a las unidades de conocimiento dentro de cada concepto son:

**En A:** 1-Curvas; 2-Representaciones; 3-Parámetros; 4-Representaciones analíticas; 5-Coordenadas.

**En B:** 1- Longitud de arco; 2-Parámetro de arco.

**En C:** 1-Línea recta; 2-plano; 3-Vector característico; 4-Vector tangente; 5-Vector normal; 6-Vector binormal; 7-línea tangente; 8-Línea normal; 9-Línea binormal; 10-Plano osculador; 11-Plano normal; 12-Plano rectificante.

**En D:** 1-Curvatura; 2-Torsión.

**En E:** 1-Representación explícita; 2-Representación paramétrica; 3-Representación implícita; 4-Representación Cartesiana.

**En F:** 1-Coordenadas no Cartesianas; 2-Coordenadas polares; 3-Coordenadas esféricas; 4-Coordenadas cilíndricas.

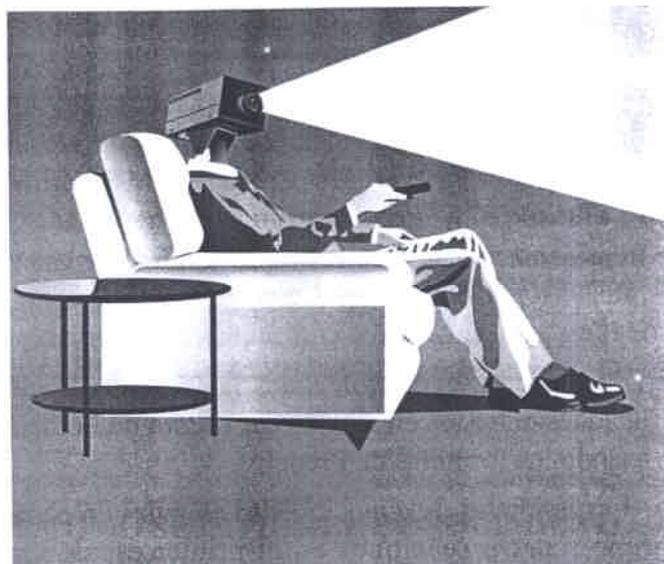
**En G:** 1-Curvas planares; 2-Curvas no planares.

**En H:** 1-La primera fórmula de Frenet; 2-La segunda fórmula de Frenet; 3-La tercera fórmula de Frenet.

Obviamente, por la simplicidad de nuestro hipertexto, las letras A, B, C y D están asociadas al primer nivel y las demás al segundo. Si hubiera más niveles y la navegación se hiciera más complicada, podría optarse por rebautizar los nodos por una secuencia de letras y números que permitan al diseñador del hipertexto definir dónde se encuentran los nodulos.

*Ejemplos:* C2 significa plano; F4 coordenadas cilíndricas.

En la arquitectura gráfica de este hipertexto se muestran ejemplos de todos los diagramas princi-



pales que se usan en el diseño de hipertextos. Una estructura de árbol bastante clara se tiene viendo simplemente la propia figura. Una estructura de tela de araña puede verse en la formada por los nodos A1, D1, C1, C2, A2, E1, E4, C4 y C5. Una estructura en espiral es la comprendida en la siguiente secuencia: A4- E4- B2- C4- D1- C2- A2- A1.

## 6. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

Los avances más significativos en la mejora del desempeño humano provendrán no de los logros técnicos sino del empleo adecuado de la tecnología (Bentley 90). En esta línea de reflexión tratamos de presentar GEODIF a nuestros alumnos para comprobar la adecuación de la tecnología al tema y al colectivo discente.

Nuestra investigación tenía muy en cuenta los aspectos referentes a la validez interna y externa. Validez interna, es decir, la posibilidad de extraer conclusiones de los datos obtenidos, en una situación controlada, con un diseño experimental correcto. Validez externa posibilidad de transferir las conclusiones de la situación experimental a otras situaciones (Bramley 91).

Atendiendo a esos dos tipos de validez el programa GEODIF ha sido analizado con dos herramientas de evaluación de programas educativos computarizados, propuestas por Galvis (92) y Aguirre (94), para comprobar su calidad educativa y calidad informática, sabiendo que un programa de evaluación bien concebido y gestionado es fundamental para conseguir la excelencia de la educación (Peterson 92).

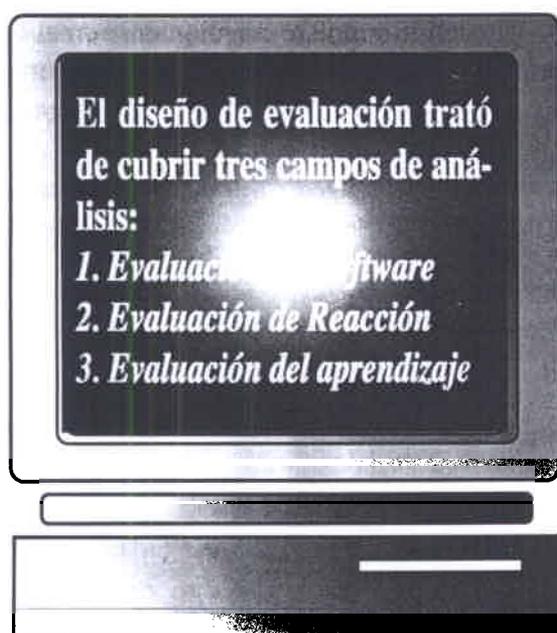
Para comprobar la calidad educativa se ha dise-

ñado un test para evaluar estas variables:

- Objetivos que debe conseguir GEODIF
- Funciones Educativas que cubre
- Funciones Administrativas
- Ejercicios y situaciones de aprendizaje que se ofrecen a los alumnos
- Información de Retorno (Feedback)
- Estrategias de enseñanza para captar la atención y motivar el aprendizaje
- Técnicas de presentación y de refuerzo (sonido, animación, color...) (Fernández 93a)

Para analizar la calidad informática se han analizado estas variables:

- Funciones de que dispone GEODIF para profesores y alumnos
- Interfaz GEODIF-Usuario: robustez, consistencia, claridad de mensajes, etc.



- Tiempo utilizado para presentar las diferentes pantallas
- Información previa y conocimiento requerido
- Disponibilidad de recursos informáticos

La enseñanza del tema "curvas" de GEODIF tuvo lugar durante los meses de abril y mayo de 1994. Se facilitó a los profesores y alumnos, participantes en la experiencia, una breve introducción escrita (cuatro páginas) explicando:

- Como acceder a GEODIF y qué información facilitaba
- Herramientas de ayuda y navegación
- Cómo acceder al programa "Mathematica" para desarrollar los ejercicios propuestos y resolver los problemas preparados por el alumno

El diseño de evaluación trató de cubrir tres campos de análisis:

1. Evaluación del Software
2. Evaluación de Reacción
3. Evaluación del aprendizaje

## 7. EVALUACIÓN DEL SOFTWARE

Se aplicó la herramienta de análisis de Soft propuesta por Galvis (92) y a continuación el test de evaluación de programas informáticos educativos de Aguirre (94). Respondieron a estos cuestionarios 15 profesores, 60 alumnos de este curso que participaron en la experiencia, y 60 alumnos del curso anterior a los que se pidió que evaluaran GEODIF desde su conocimiento de una asignatura cursada el pasado año. El análisis estadístico diferenciado y especificado por colectivos nos llevaría fuera de los límites impuestos a esta ponencia y se presentará en el Congreso. Adelantamos algunos de los comentarios abiertos significativos más repetidos:

- " Interfaz muy amigable"
- "No se necesita un conocimiento profundo de informática par usar GEODIF"
- " No se necesita información previa"
- " Buen nivel de información y presentación"
- "Consistencia científica"

### 8. EVALUACIÓN DE REACCIÓN

Siguiendo la terminología de Kilpatrick entendemos por Evaluación de Reacción la que realizan los alumnos después de participar en una acción formativa analizando las experiencias que acaban de vivir.

El diseño evaluativo contaba con la evaluación de tres grupos diferentes de alumnos, que habían vivido de forma diferente la "exposición" a GEODIF. De esta forma se posibilitaba un análisis de resultados pluridimensional en profundidad.

**GRUPO SR1)** Alumnos que habían estudiado la temática de GEODIF el curso anterior (1992-93) y que podían comparar el programa informático con el enfoque tradicional del año anterior.

**GRUPO SR2)** Alumnos que estudiaban el tema de forma tradicional (clases magistrales), contando con el libro de texto y el programa GEODIF como apoyo del aprendizaje.

**GRUPO SR3)** Alumnos que no contaban con clases magistarles sino solamente con GEODIF y el libro de texto para su aprendizaje. Aunque los datos estadísticos se expondrán con más detalle en el Congreso, recogemos ahora dos sencillas figuras correspondientes a respuestas del Grupo SR1.

• Comparando GEODIF con la enseñanza tradicional les parece que la estimulación es: (Fig. 3)

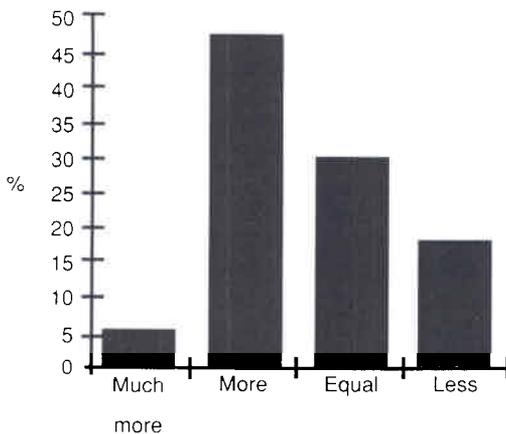


Fig. 3

• Comparando la amigabilidad de la interfaz: (Fig. 4)

### 9. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

El diseño de la investigación preveía dos líneas diferentes de estudio para comparar los resultados del aprendizaje:

**Grupo SA1)** Utilizaba GEODIF como refuerzo de la clase magistral

**Grupo SA2)** Utiliza exclusivamente GEODIF, permitiendo al alumno aprender con su propio ritmo.

Para llevar a cabo este análisis se diseñó un examen para comprobar el nivel de aprendizaje adquirido por los alumnos sobre el tema de GEODIF. El examen constaba de 20 cuestiones, 15 eran preguntas de respuesta múltiple con cuatro posibles opciones, de las que sólo una era la cierta, 5 eran preguntas abiertas. Para reducir el posible influjo del azar en las respuestas se utilizó esta fórmula:

$$\text{Puntuación del alumno} = \frac{\text{Respuestas correctas} - \text{Respuestas erróneas}}{(\text{N}^{\circ} \text{ Alternativas} - 1)}$$

### 10. CONCLUSIONES

- 1) Capturar y procesar la información supone dedicar tiempo y es, además, un trabajo cansado. En el mundo Universitario puede sobrellevarse con la ayuda de estudiantes que realicen estas tareas mientras aprenden y obtienen habilidad en el uso de las herramientas.
- 2) Siempre que el texto se halla escrito con ordenador, puede introducirse directamente en el hipertexto desde sus ficheros de almacenamiento.
- 3) Las discusiones existentes entre los autores de

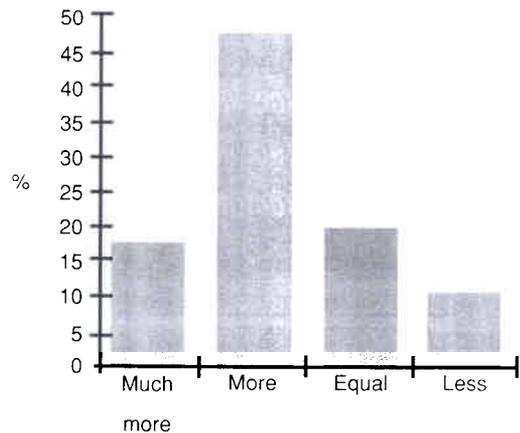


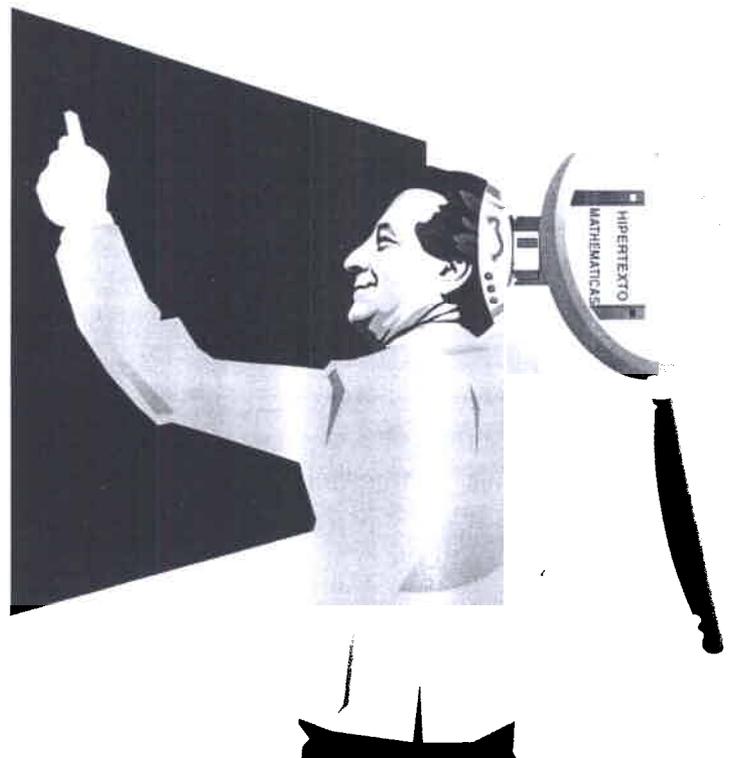
Fig. 4

este trabajo sobre como dividir el texto escrito en pequeñas "unidades de conocimiento", sobre como construir el hipertexto y sobre como realizar las diferentes conexiones entre los nodos, nos indica que estos no están todavía habituados a pensar de manera no lineal. Es conveniente para el futuro acudir a la ayuda de expertos en psicología y pedagogía para adaptarse a esta tarea.

- 4) Es obligatorio realizar "tests" para comprobar si los nexos o ligaduras, establecidos entre los diversos nodos, son adecuados o no.
- 5) GEODIF consigue captar la atención de los alumnos, motivarles para el estudio y facilita su aprendizaje con los sistemas tradicionales
- 6) Sólo un 47,5% de los alumnos afirman que GEODIF estimula al estudio más que la enseñanza tradicional. Tal vez sea preciso comprobar este dato con una muestra más amplia de alumnos.
- 7) También se esperaba un mayor porcentaje de alumnos que respondieran positivamente a la

pregunta si GEODIF les había abierto horizontes: 57,5%

- 8) El módulo experimental tal vez es demasiado breve si consideramos el conjunto de la asignatura. Habría que ampliar el hipertexto para obtener plenamente los objetivos pretendidos.



## REFERENCIAS

**AGUIRRE, A. Y MARÍN, A.** 1994. "Indicadores e Instrumentos de Evaluación de la Calidad del Software Educativo". Revista de Enseñanza y Tecnología, nº. 3.

**ALONSO, C.M.** 1992. "Enseñanza asistida por ordenador y estilos de aprendizaje". Memorias del "Congreso Iberoamericano de Informática Educativa", vol. II, 153-165. Santo Domingo, 9-12 junio.

**BENTLEY, T.** 1990. "The Business of Training". McGraw-Hill. London.

**BRAMLEY, P.** 1991. "Evaluating Training Effectiveness". McGraw-Hill. London.

**FERNÁNDEZ, M.** "Educación Continua. Curso y Aula Electrónicos". 1993. Seminar on "The Computer against the LRU: The New Technolo-

gies. Graphos, Simulation and Hypermedia as Supporting Tools". Universidad Pontificia Comillas (UPCO). Madrid.

**FERNÁNDEZ, M., KUMPEL, D., LÓPEZ DE LA RICA, A., VILLA, A. DE LA.** 1992. "Multimedia y Pedagogía. Un binomio Actual". Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. Memorias del Congreso. Santo Domingo. 333-347.

**FERNÁNDEZ, M. & DE LA VILLA, A.** 1992. "Impact of Computers in Technical Studies". Proceedings of "The Ninth International Conference on Technology and Education", vol. I, 158-164. Paris, March.

**FERNÁNDEZ, M., FERNÁNDEZ, M. M., VILLA, A., ADROHER, M. & MARTÍNEZ, M.** 1993. "An Experiment: Teaching Differential

Geometry With Hypertext and Mathematica". "Ingenieurpädagogik'93". Esslingen, 21-24th June.

**GALVIS, A. H., PRIETO, S. C., HERNÁNDEZ, G. R.,** 1992. "Ingeniería de Software Educativo". p. 240. Ed. Uniandes. Santa Fé de Bogotá.

**GOODMAN, D.** 1988. "Hypercard Developers Guide". Ed. Van Danm Books. N.Y.

**LÓPEZ DE LA RICA, A. & DE LA VILLA, A.** 1991. "Geometría Diferencial". Ed. CLAGSA. Madrid.

**NEWBY, T.** 1992. "Validating your training". Kogan Page. London.

**PETERSON, R.** 1992. "Managing Successful Learning". Kogan Page. London.