

La multimedia y la hipermedia en el estudio del movimiento browniano



R. Valdés Castro¹, V. Tricio Gómez², P. Valdés Castro³

¹*Escuela Politécnica Superior, Departamento de Física, Universidad de Burgos, Calle Villadiego s/n, 09001 Burgos, España.*

²*Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Universidad de Burgos, Plaza Misael Bañuelos s/s, 09001 Burgos, España.*

³*Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas. Quinta de los Molinos, Ciudad de La Habana, Cuba.*

E-mail: rvaldes@ubu.es

(Recibido el 10 de junio de 2008; aceptado el 28 de Agosto de 2008)

Resumen

En el trabajo describimos la metodología seguida para construir un documento con formato web, utilizado para el estudio de la unidad de aprendizaje Movimiento Browniano. Se presta especial atención al uso de fotografías y vídeos para realizar mediciones y a la posibilidad de experimentar con modelos numéricos. Intentamos hacer patente el empleo de ideas fundamentales de la didáctica de las ciencias.

Palabras clave: Física Educativa, computadoras en educación, medios audiovisuales.

Abstract

In this paper we describe the general structure of an electronic book for the study of Brownian motion. We developed the book according to constructivism in science education. We have focused attention on a simple way for experimental verification of Einstein's formula and simulation of Brownian particles movement.

Keywords: Physics education, computers in education, audio and visual aids.

PACS: 01.40.-d, 01.50.F-, 01.50.Lc

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Desde hace décadas asistimos a profundas transformaciones socioculturales indudablemente condicionadas por el vertiginoso desarrollo de la ciencia y la tecnología. La creación del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) es resultado y parte de dichos cambios. La enseñanza universitaria europea debe enfrentar hoy, conjuntamente, la tarea de modificar los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas de organización de la enseñanza y las actitudes de los profesores y alumnos [1, 2]. Para lograr este propósito en la enseñanza de la Física, el profesorado cuenta con los resultados de la investigación e innovación en didáctica de las ciencias [3, 4, 5, 6].

Es una aspiración de la enseñanza de la Física lograr el aprendizaje activo, sustentado en el planteamiento y la resolución de problemas que exija de los estudiantes no solo la apropiación de conocimientos y habilidades específicas, sino también la adquisición de experiencia creadora (en la emisión de suposiciones, la elaboración de modelos, el diseño de experimentos y algoritmos) y el desarrollo de actitudes (pensamiento crítico, autodidactismo, atención a las problemáticas de significación social). Semejante propósito ha de realizarse atendiendo a las características distintivas de la Física contemporánea [6] y, sin lugar a dudas, una de ellas

es la utilización de los medios informáticos en cálculos numéricos y analíticos, en la realización de experimentos, la construcción de modelos y en la búsqueda y transmisión de conocimientos.

En nuestra opinión, el estado actual de los medios informáticos y el desarrollo de las concepciones didácticas durante la última década, convierten en novedoso el objetivo de utilizar los medios informáticos conforme a la orientación investigadora del aprendizaje de la Física.

Atendiendo a dicho objetivo nos hemos planteado como finalidad de la innovación didáctica las tareas siguientes:

- Elaborar problemas experimentales que se solucionan mediante mediciones con fotografías y vídeos digitales.
- Preparar unidades de aprendizaje relacionadas con el contenido de los problemas experimentales
- Confeccionar un software que posibilite la resolución de los problemas experimentales.

En este trabajo nos proponemos ilustrar esas tres vertientes mediante la descripción de una unidad de aprendizaje para el estudio del movimiento browniano. Intentamos que se perciban como fondo de nuestra exposición, concepciones didácticas actuales que se encuentran en la base del proceso de adaptación de las universidades españolas al Espacio Europeo de Educación Superior.

II. ESTRUCTURA Y CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

La mayor parte del material docente de la unidad, titulada Movimiento de Partículas Brownianas se conformó con formato web (Fig. 1). La página principal del documento (que también llamaremos libro) contiene *hiperenlaces* que permiten acceder a los módulos que se muestran en la misma. Cuando se coloca el cursor del ordenador sobre las fotografías de los científicos, aparece un recuadro donde se leen los datos biográficos de ellos.

La unidad de aprendizaje fue concebida para ser utilizada durante el primer ciclo universitario. No obstante, debido a la diversidad de sus materiales que contiene es posible hallar algunos apropiados para el nivel de bachillerato.



FIGURA 1. Se muestra la página principal del documento Movimiento de Partículas Brownianas.

Sustentado en el planteamiento de sistemas de tareas de aprendizaje, el libro ha sido concebido para favorecer que los alumnos enfrenten situaciones problemáticas de interés, validen suposiciones y analicen diseños de experimentos, elaboren algoritmos, utilicen los ordenadores con sus funciones básicas en la Física, amplíen y profundicen de manera autónoma los conocimientos. El planteamiento de esas tareas tiene el propósito de centrar el pensamiento de los estudiantes en aspectos significativos del contenido. Los enunciados de las tareas que el alumno enfrenta durante la lectura (aquí nos referimos a unas pocas) los destacamos en cursiva y con la letra inicial **T**.

Los materiales preparados son los siguientes:

- Texto básico y sistema tareas para orientar el aprendizaje.
- Problemas experimentales.
- Tareas de ejercitación y consolidación.
- Fotografías y vídeos, con los cuales se realizan mediciones.
- Vídeo acerca de cómo llevar a cabo experiencias en el laboratorio docente.
- Hojas de cálculo hechas con *Excel* o *Mathematica*.
- Textos para lecturas complementarias.

Un elemento esencial del sistema de aprendizaje concebido es la resolución de problemas experimentales,

mediante mediciones con fotografías y vídeos digitales. Para estos efectos hemos confeccionado y empleamos en la unidad el software *Análisis de Imágenes* (Fig. 2). Este programa permite medir intervalos de tiempo entre fotogramas, determinar la intensidad relativa de la radiación que produjo una imagen fotográfica y detectar colores. Utilizando las líneas de coordenadas de la ventana principal del software, es posible medir distancias entre puntos seleccionados de una imagen e insertar automáticamente los resultados de las mediciones en una hoja de *Microsoft Excel*. Es una herramienta general para la resolución de tareas experimentales y por eso se instala en el ordenador independientemente de libro electrónico.

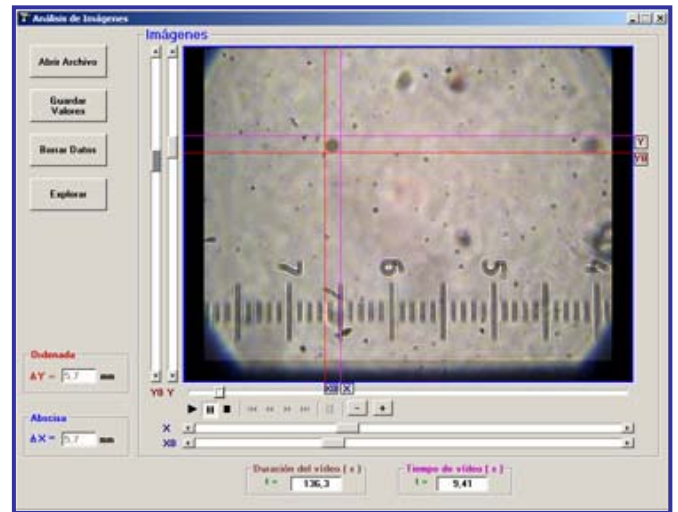


FIGURA 2. Ventana principal del programa Análisis de Imagen, con un fotograma de uno de los vídeos de la serie Partículas Brownianas. Una partícula del vídeo se ha enmarcado entre las líneas de coordenadas para determinar sus dimensiones.

Utilizando *Análisis de Imágenes*, fotografías y vídeos, se solucionan tareas relativas a la medición de las dimensiones de las partículas brownianas, la validación de la fórmula de Einstein [7] y la estimación del número de Avogadro.

El libro electrónico lo hemos organizado en los cinco módulos principales siguientes: Presentación, Texto Básico, Comentarios, Compilación y Materiales para mediciones. Cada módulo, a su vez, consta de varios apartados siguiendo una pauta similar entre ellos.

III. CONTENIDO PRINCIPAL DE LOS MÓDULOS DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

A. Presentación

Este módulo es de carácter general y está constituido por las cinco secciones siguientes: Introducción, Objetivos, Contenido de aprendizaje, Materiales para realizar mediciones, autores bibliografía y tecnología empleada (Fig. 3).

De manera similar a como sucede en el resto de los módulos, puede accederse a cada apartado pinchando en el

índice que se muestra en la parte izquierda de la página o moviendo el cursor de la parte derecha.

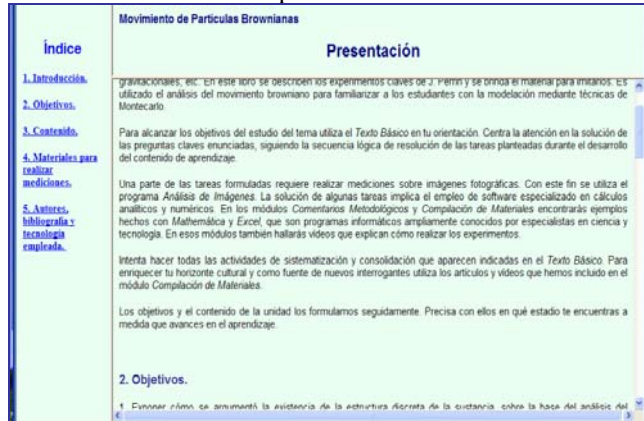


FIGURA 3. Representa un extracto del primer módulo de la unidad Movimiento de Partículas Brownianas. Vemos a la izquierda el índice, con hiperenlaces para acceder también a los contenidos.

B. Texto Básico

Es donde exponemos el contenido central de la unidad. En el Índice, a la izquierda de la página, se leen los títulos de las cinco secciones de este módulo: Introducción, Descubrimiento del movimiento browniano y su análisis cualitativo, Elaboración y comprobación de la teoría del movimiento browniano, Simulación del movimiento browniano y de la distribución de partículas con la altura y Tareas de sistematización y consolidación.

El *Texto Básico* esboza cómo fue evolucionando la comprensión del movimiento browniano, desde su descubrimiento hasta los trabajos realizados por Einstein, Smoluchowski y Perrin. La exposición es ilustrada con fórmulas, fotografías y tablas de datos experimentales, que dan a conocer los resultados obtenidos por esos investigadores.

La Fig. 4 muestra un extracto de dicho módulo. En ella se observan, a la izquierda, los nombres de los apartados y al centro, el enunciado de dos de las tareas y una fotografía que ha sido elaborada por nosotros como material para mediciones. En esencia el módulo consta de tres partes fundamentales: una introductoria, otra para el desarrollo de las ideas esenciales y la última dedicada a tareas de sistematización y consolidación.



FIGURA 4. Extracto del segundo módulo de la unidad Movimiento de Partículas Brownianas.

En la sección introductoria es esbozada la importancia del tema y son planteadas problemáticas claves que orientan el estudio de la unidad. Comenzamos el Texto Básico mencionando algunas temáticas que resaltan la importancia del estudio del movimiento browniano. Entre otras, consideramos las siguientes: la argumentación de la estructura discreta de la sustancia, la ilustración del carácter estadístico del segundo principio de la termodinámica, el comportamiento de aerosoles en la atmósfera, la geometría fractal y los motores brownianos y sus aplicaciones a la biología celular. Hacemos referencia también a trabajos que abordan dichas cuestiones y cuyos fragmentos se encuentran en la compilación de materiales [8, 9]. Esta parte introductoria finaliza con el planteamiento de las problemáticas claves. Tres de ellas son las siguientes:

- *¿Cómo observar el movimiento browniano en el laboratorio?*
- *¿Cómo fue verificada la teoría del movimiento browniano en la ciencia y de qué forma puede ser comprobada en el laboratorio docente empleando la tecnología informática contemporánea?*
- *¿Qué procedimientos pueden ser utilizados para simular matemáticamente el movimiento y la distribución espacial de partículas microscópicas suspendidas en un fluido?*

En la segunda parte del Texto Básico se aporta la información necesaria para solucionar las problemáticas claves. Al propio tiempo, el aprendizaje es guiado mediante una secuencia de tareas relacionadas con la realización de cálculos, el diseño de experimentos, la elaboración de algoritmos, etc. Al final del texto se propone un sistema de actividades que demanda, más que la simple ejercitación de los conocimientos adquiridos, la ampliación, profundización y organización de los mismos.

A continuación enunciamos y en algunos casos resumimos la solución de varias tareas de esta parte del libro.

T. Observa los vídeos de la serie Partículas Brownianas. Utiliza el programa Análisis de Imágenes para estimar las dimensiones de los corpúsculos en movimiento. Entre las líneas de la escala del microscopio hay 1 mm (Fig. 2).

Referidas a la observación indicada en la tarea, son planteadas dos actividades que permiten a los estudiantes considerar la hipótesis del origen cinético-molecular del movimiento browniano y describir cualitativamente la posible relación entre el grado de agitación de los corpúsculos, las dimensiones de éstos y las características del fluido.

T. Intenta argumentar que el movimiento browniano no tiene naturaleza biológica, ni se debe a diferencias de temperatura dentro del fluido.

T. Desde la perspectiva de la teoría cinético-molecular explica cualitativamente el movimiento browniano. Propón algún tipo de relación entre el grado de agitación de los corpúsculos, sus dimensiones, la temperatura y la viscosidad del medio.

Después de analizar cualitativamente el movimiento browniano, el texto básico expone elementos de la teoría que describe el fenómeno. Una secuencia de tareas intercaladas

en la explicación, pretenden orientar la atención de los estudiantes hacia los aspectos claves tratados. Finalmente se aborda la cuestión de la comprobación experimental de dicha teoría [7, 8] y entre las tareas relacionadas con este punto se encuentra la siguiente:

T. Estima el número de Avogadro. Compara tus resultados con los que obtuviera Perrin.

Para ello, se hace uso de un vídeo que reproduce el movimiento de corpúsculos de acuarela en agua. La temperatura del ambiente durante la filmación era de 20 °C y el coeficiente de viscosidad del agua a dicha temperatura, $\eta = 1,00 \times 10^{-3} \text{ kg/(m s)}$. El movimiento se capta (Fig. 2) con el programa *Análisis de Imágenes* y posteriormente se selecciona un corpúsculo browniano esférico, cuyo recorrido se sigue a lo largo de toda la película. Determinando con dicho software la posición del corpúsculo al cabo de intervalos de tiempo $\Delta t = 1s$, se obtiene una muestra experimental con más de 60 desplazamientos sobre el plano que denominamos *XOY*, que se convierte en el doble de datos experimentales en virtud de la equiprobabilidad de las direcciones de movimiento *X* e *Y*.

La correcta determinación del diámetro de la partícula es decisiva en la estimación del número de Avogadro. Dependiendo de la profundidad a que se halla el corpúsculo en la suspensión acuosa, se observa como si cambiara de tamaño. Nosotros hallamos el diámetro de la partícula, promediando tres medidas realizadas a partir de fotogramas en los que el corpúsculo se aprecia con las mayores dimensiones sin que aparezcan imágenes de difracción. Simbolicemos con la letra *A* el radio aparente de una partícula browniana, vista con el programa *Análisis de Imágenes*. Si *M* es el aumento del vídeo observado con el software, entonces $A = aM$. Representemos con la letra *d* los valores de los desplazamientos en las direcciones *X* e *Y*, medidos directamente sobre los fotogramas. En virtud de la isotropía del movimiento asociemos dichos valores al eje *X*.

Se utiliza la fórmula de Einstein adecuada a nuestro experimento, que ya ha sido comprobada por los alumnos en la resolución de una tarea anterior. Para el caso de una partícula esférica de radio aparente *A*, suspendida en un fluido de viscosidad η , la expresión es:

$$\langle d^2 \rangle = M^3 \frac{RT}{N_A} \frac{\Delta t}{3\pi A \eta} \quad (1)$$

Siendo $\langle d^2 \rangle = M^2 \langle \Delta x^2 \rangle$, donde $\langle \Delta x^2 \rangle$ es el valor del desplazamiento cuadrático medio de la partícula realizado en el lapso Δt en la dirección *X*; *T* es la temperatura absoluta, *R* la constante de los gases, y N_A el número de Avogadro.

La Figura 5 es una muestra de resultados experimentales y se puede observar el elevado coeficiente de correlación de la recta ajustada.

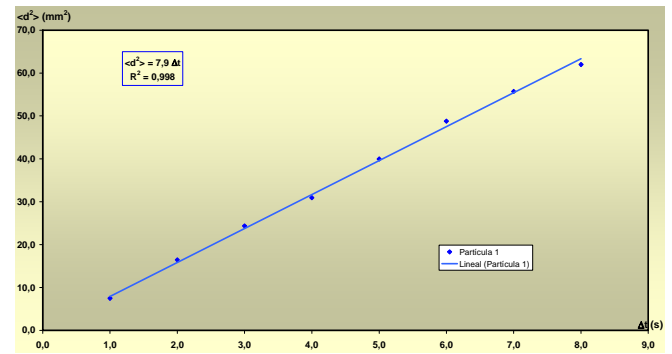


FIGURA 5. Se muestra el gráfico experimental para un corpúsculo nombrado por partícula 1; con las condiciones dadas el valor del desplazamiento cuadrático medio de la partícula es $\langle d^2 \rangle = 7.9 \Delta t$

El gráfico experimental se utiliza para determinar el coeficiente de proporcionalidad de la expresión (1), a partir del cual estimamos el número de Avogadro. Si tomamos la temperatura de la muestra igual a la del ambiente durante la filmación ($T = 293 \text{ K}$), para los datos experimentales que se han representado en la figura, obtenemos $5,8 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Similares resultados se obtienen para corpúsculos de diámetro diferente.

Además de actividades relativas a experimentos físicos, el texto aborda la construcción de modelos numéricos del fenómeno. Entre las tareas relacionadas con dicho tema se encuentra la siguiente:

T. Precisa el algoritmo para simular la distribución de partículas brownianas con la altura.

Analicemos cómo proceder para responder a esta tarea: Sea una variable aleatoria *X* distribuida en el intervalo $[0, \infty)$ con densidad de probabilidad

$$f(x) = \delta \exp(-\delta x), \quad (2)$$

donde δ es la esperanza matemática correspondiente. La fórmula (2) representa la ley de distribución exponencial.

El procedimiento de Montecarlo que permite obtener los valores de la variable aleatoria con las características dadas, se reduce a lo siguiente:

1. Definir la cantidad *n* de iteraciones que se realizarán.
2. Definir la constante δ .
3. Generar la variable aleatoria u_1 con distribución uniforme en $(0, 1]$.
4. Calcular $x = -\frac{1}{\delta} \ln u_1$
5. Repetir *n* veces los pasos 3 y 4.

La distribución exponencial de las partículas brownianas con la altura *z*, tiene densidad de probabilidad

$$f(z) = \alpha e^{-\alpha z}, \quad (3)$$

donde

$$\alpha = \frac{4}{3} \frac{\pi a^3 (\rho - \rho_0) g}{kT} \quad (4)$$

En la expresión anterior ρ y ρ_0 son las densidades de las partículas y del fluido respectivamente, g es la aceleración de la gravedad, k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura absoluta.

Siguiendo el algoritmo anteriormente descrito, en el que ahora n representa el número total de partículas que se observarán, es posible determinar las coordenadas de las partículas en la dirección vertical.

C. Comentarios Metodológicos

Este módulo contiene orientaciones que facilitan hallar la solución de tareas que no están resueltas en el Texto Básico, fundamentalmente las de sistematización y consolidación. Aquí incluimos la descripción de los montajes experimentales, ilustrándolos con fotografías y vídeos. Se accede a ejemplos de cálculos realizados con *Excel* y *Mathematica*.

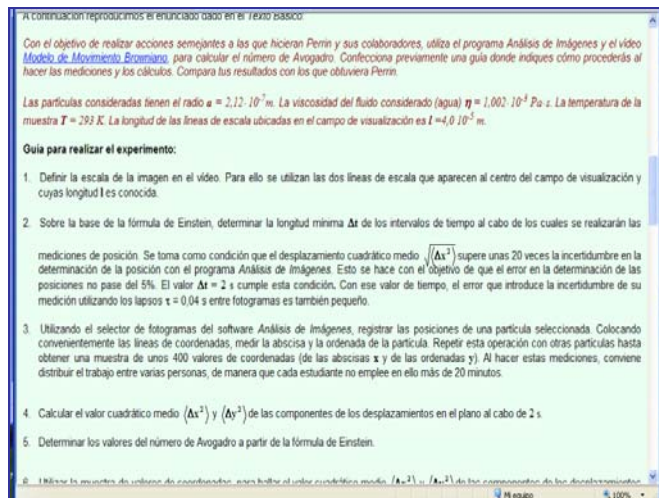


FIGURA 6. Extracto de la sección Comentarios Metodológicos. Se muestra parte de los contenidos siguientes: en marrón, el enunciado de una tarea; en negro los puntos de la guía para realizar el experimento; en azul y subrayado, uno de los hiperenlaces que salpican el documento.

En este apartado se encuentra, la descripción detallada de la experiencia *Observación y filmación del movimiento browniano*, en la que utilizamos equipos típicos de un laboratorio docente y materiales de bajo coste con el objetivo de que pueda ser realizada fácilmente en cualquier centro universitario o instituto de enseñanza secundaria. El estudiante tiene acceso a la explicación escrita del experimento [7] y a su ilustración con una película breve, utilizando el hiperenlace correspondiente.

Este módulo contiene la descripción de una tarea de consolidación titulada *Experimento con el modelo de movimiento browniano*. La solución se esboza mediante una guía para realizar la experiencia (Fig. 6).

Desde esta sección los alumnos pueden disponer del archivo *Distribución exponencial.nb*. Se trata de un ejemplo de la implementación del algoritmo de simulación de la distribución exponencial de las partículas brownianas con la altura. Dicho programa, hecho con *Mathematica*, construye

una representación de la imagen que pudiera observarse al microscopio (Fig. 7).

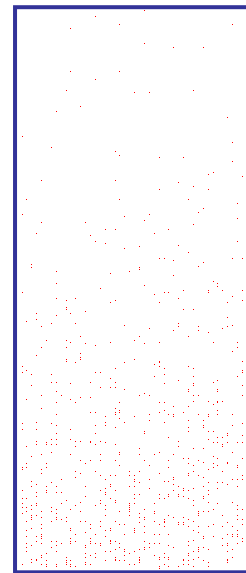


FIGURA 7. Distribución exponencial de las partículas. Esta representación está generada con un programa que ejecuta los algoritmos adecuados.

D. Compilación de Materiales

En este módulo incluimos abundante información complementaria de calidad. Desde aquí, se tiene acceso a fragmentos de importantes documentos de la Física [11, 12] y de artículos sobre la historia y las perspectivas de investigar en torno la temática tratada [13], también se pueden ver fotografías, vídeos de interés, etc.

Su página contiene los hiperenlaces a la derecha del título que permiten acceder a cada material preparado.

Se trata de un espacio sin límites para su enriquecimiento y apropiado para la exploración de conocimientos. En la Figura 8 se muestra un extracto de dicho módulo con la secuencia de alguno de los materiales

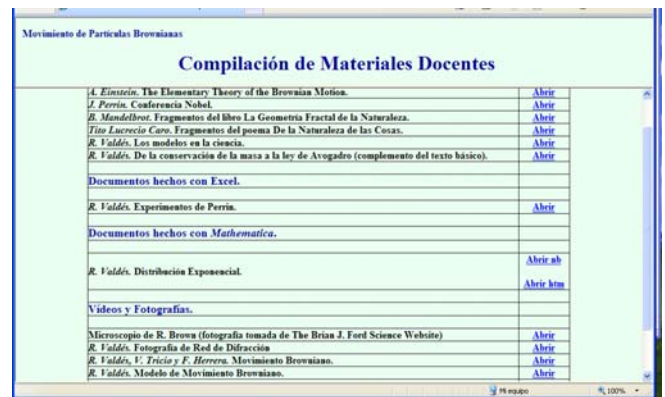


FIGURA 8. Extracto del cuarto módulo de la unidad Movimiento de Partículas Brownianas. Puede verse el título de alguno de los materiales clasificados de acuerdo al tipo, Excell, Mathematica, vídeos, fotografías y a la derecha los hiperenlaces con la palabra abrir.

E. Materiales para Mediciones

Se trata de una carpeta que contiene los elementos multimedia utilizados en la resolución de problemas experimentales. A este último módulo se accede desde el explorador de Windows o utilizando el programa *Análisis de Imágenes*.

Los elementos para esta unidad didáctica, que los hemos producido en el laboratorio docente, son cuatro vídeos, tres del movimiento de partículas brownianas y uno de la simulación de dicho fenómeno. Las Figs. 9 y 10 presentan un fotograma del vídeo *Movimiento Browniano* y del vídeo *Modelo de Movimiento Browniano* respectivamente, ambos incorporados en la carpeta citada.



FIGURA 9. Fotograma del vídeo *Movimiento Browniano*.

El vídeo *Movimiento Browniano* fue filmado mientras se realizaba el experimento en el laboratorio. El vídeo *Modelo de Movimiento Browniano* fue construido ensamblando fotogramas generados con una técnica de Montecarlo habitualmente usada para la modelación de la distribución normal. Los comentarios metodológicos recogen con detalle cómo se realiza dicha simulación.

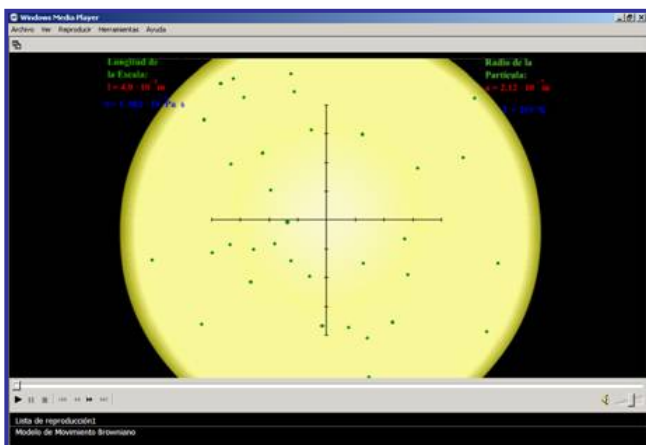


FIGURA 10. Fotograma del vídeo *Modelo de Movimiento Browniano*.

Cada fotograma (Fig. 10) simula la posición de partículas brownianas esféricas de radio $a = 2,12 \times 10^{-5} \text{ cm}$, suspendidas en agua a 20°C . En el algoritmo de cálculo consideramos variables aleatorias independientes a las componentes Δx_i y Δy_i ($i = 1, 2, \dots$) de los desplazamientos en el plano. También impusimos la condición de que estuvieran normalmente distribuidas con esperanza matemática $\mu = 0$ y dispersión

$$D = \frac{RT}{N_A} \frac{\Delta\tau}{3\pi a \eta};$$

donde $\Delta\tau$ es el intervalo de tiempo entre

dos fotogramas y toma el valor $\Delta\tau = 0,04 \text{ s}$.

La Fig. 11 muestra un fotograma del vídeo *Observación y filmación del movimiento browniano* que se realizó para ilustrar la experiencia de laboratorio que lleva el mismo nombre.



FIGURA 11. Fotograma del vídeo ilustrativo *Observación y Filmación del Movimiento Browniano*. Vemos alguno de los materiales y equipos empleados para la preparación de la muestra y la observación de la agitación de las partículas.

IV. CONCLUSIONES

Con el ejemplo del estudio del movimiento browniano, hemos esbozado una vía para lograr dos objetivos:

- Integrar coherentemente la idea del carácter activo del aprendizaje de la Física y la utilización de las tecnologías multimedia e *hipermedia*.
- Contribuir al diseño y confección de materiales atendiendo a los retos que impone la creación del EEES.

Las problemáticas solucionadas con ayuda del material multimedia descrito, suponen emplear al mismo tiempo fotografías, vídeos, un programa como *Análisis de Imágenes*, software para el cálculo numérico y analítico (*Microsoft Excel*, *Mathematica* o similares), textos que orientan la actividad de los alumnos, etc. Ello pone de manifiesto que es una tarea actual de la innovación didáctica elaborar documentos que posibiliten acceder ágilmente a tan diverso material docente. El reto estriba, desde nuestro punto de vista, en crear y utilizar estos medios con arreglo a las concepciones desarrolladas por la investigación e innovación didáctica, fomentar con ella el aprendizaje activo, independiente y orientado a la resolución de problemas que tienen o han tenido interés para la ciencia, la técnica y la sociedad. Concebir así el aprendizaje es una premisa para

adecuar mejor la enseñanza a las necesidades del estudiante como futuro profesional.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue presentado gracias a un proyecto conjunto de investigación e innovación didáctica en el marco del Convenio de Colaboración entre La Universidad de Burgos (UBU) de España y el Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas (INSTEC) de Cuba.

REFERENCIAS

- [1] MECD, *La integración del sistema universitario español en el espacio europeo de enseñanza superior* (Documento-Marco, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Febrero, 2003).
- [2] *Proyecto Tuning*, <<http://tuning.unideusto.org/tuningeu/>>, Consultado el 03 de Noviembre de 2007.
- [3] Gil, D. *et al.*, *¿Puede hablarse de un consenso constructivista en la educación científica?*, Enseñanza de las Ciencias **17**, 503-512 (1999).
- [4] Gil, D., *Contribución de la Historia y de la Filosofía de la Ciencia al Desarrollo de un Modelo de Enseñanza Aprendizaje como Investigación*, Enseñanza de las Ciencias **11**, 197-212 (1993).

- [5] McDermott, L. Ch., Oersted Medal Lecture 2001, *Physics Education Research—The Key to Student Learning*, Department of Physics, University of Washington, Seattle, Washington 98195-1560. Proceedings of VIII Inter-American Conference on Physics Education. July, 2003, Havana. © 2001 American Association of Physics Teachers.
- [6] Valdés, P., Valdés, R. y Macedo, B., *Transformaciones en la educación científica a comienzos del siglo XXI*. Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales, N° **15**, 95-114 (2001).
- [7] Valdés, R. y Tricio, V., *Ordenadores, vídeos y simulaciones durante el estudio del movimiento browniano*, Rev. Cub. Fís. **24**, 84-88 (2007).
- [8] Mandelbrot, B., *La geometría fractal de la naturaleza*. (Tusquets Editores, S. A. Matemáticas 49, Barcelona, 1997).
- [9] Seinfeld, J. and Pandis, S., *Atmospheric chemistry and physics*, (John Wiley & Sons, INC, pp. 470-480, New York 1997).
- [10] Newburgh, R., Peidle, J. and Rueckner, W., Einstein, Perrin, and the reality of atoms, 1905 revisited. American Journal of Physics **74**, 478-481 (2006).
- [11] Einstein, A., *Investigation on the theory of the brownian movement*, (Dover Publications, Inc, New York, 1956).
- [12] Perrin, J., *Les Atomes*. (Gallimard, París, 1970).
- [13] Parrondo, J., *Fluctuaciones brownianas y atomicidad*. Revista Española de Física **19**, 19-24 (2005).