AVENTURAS, DESVENTURAS Y MIXTIFICACIONES DEL CONCEPTO DE ESTADO EN MECANICA CUANTICA ORTODOXA

Alvaro Delgado Gal

Esta nota no se propone poner en duda la fundamentación lógica de la Mecánica Cuántica formulada originalmente por Von Neumann[1], y perfeccionada después por Mackey[2] y Jauch[3], sino, desde el interior siempre de esa axiomática, apurar la noción de estado que ella inveitablemente sugiere, llegando por fin a la situación siguiente, quizá embarazosa: no existe, siquiera un principio, modo de averiguar en qué estado físico se halla un sistema S individual. Por supuesto, ello no impide que los físicos, en el laboratorio, acudan a procedimientos o convenios experimentales para decidir en qué estado q se halla un sistema S. Ello no impide tampoco que la Mecánica Cuántica, e incluso la versión que de ésta se contempla a través de la enunciación aquí discutida, sea cierta, sea cual fuere el sentido último que decidamos a la postre conferir al concepto de certidumbre. Mas si es cierta o verdadera, lo es en un sentido que difiere, significativamente, del que corresponde a la Mecánica Clásica.

LA AXIOMATICA

En la formulación matemática al uso, el estado puro q de un objeto cuántico S está representado por un vector de norma 1 en un espacio de Hilbert separable y de dimensión infinita. Los observables, o magnitudes físicas, se hallan biunívocamente asociados a operadores autoadjuntos definidos en el espacio de Hilbert. El teorema espectral vincula a cada

[1] VON NEUMANN, J.: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton, 1955.
[2] MACKEY, G.: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, W.A. Benjamin, 1963.
[3] JAUCH, J.M.: *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, 1968.

operador autoadjunto A una familia de proyecciones $E \rightarrow P_E^A$, donde los E son subconjuntos de Borel de la recta real. Medido A, y estando S en q, $(P_E^A(q), q)$ refleja la probabilidad de que se obtenga un valor de A comprendido en E, y

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x d\,(P_X^A(q), q)$$

expresa el valor medio de A.

A cada observable A va asociado un instrumento medidor. Supongamos que A tiene espectro discreto, es decir, que A es capaz tan sólo de adoptar valores comprendidos en una sucesión. Sea S en q. Medido A, obtenemos un valor determinado a. Si S fuera clásico, a constituiría el valor de A cuando S está en q. La Mecánica Cuántica afirma que, dados S y q, sólo cabe hablar en términos generales de la probabilidad con que, medido A, S en q arroja el valor a. De hecho, q se caracteriza por la probabilidad con que, dado un A cualquiera y un subconjunto de Borel E cualquiera de la recta real, S en q arroja un valor comprendido en E al ser medido A.

Ello está implícito en el formalismo cuántico. Supongamos, en efecto, que se ha obtenido una medida de probabilidad para todas las preguntas del tipo: «¿Arroja S un valor de A comprendido en el subconjunto de Borel E de la recta real?». Supongamos, esto es, que S en el instante t sea tal que esté determinada, para cada magnitud física A, la probabilidad de que el valor de A esté comprendido en E, siendo E un subconjunto de Borel cualquiera de la recta real. Entonces el teorema de Gleason asegura la existencia unívoca de un estado q de S, tal que esa distribución de probabilidades venga dada por ese estado, es decir, tal que, dados E y A cualquiera, $(P_E^A(q), q)$ coincida con la probabilidad de que, medido S en t, el valor de A esté comprendido en el conjunto E.

Deparar el conjunto de observables equivale a suministrar el de sus proyecciones espectrales. Una proyección espectral constituye una pregunta que se hace el sistema, o, si se quiere, una proposición en torno al sistema. Medido éste, la respuesta es «sí» o «no», mas, para un estado determinado, el «sí» o el «no» no ocurren con seguridad, es decir, ocurren con probabilidad comprendida entre «l» y «O». Imaginemos el conjunto de preguntas o proposiciones que se pueden formular en torno al sistema, a saber, el conjunto de magnitudes físicas y el conjunto de preguntas que referidas a esas magnitudes físicas se pueden formular al sistema. El estado q (t) en que un sistema S se encuentra en un instante t, viene determinado unívocamente por la probabilidad con que S va a contestar «sí» a cada una de las preguntas, y viceversa, el estado q (t) determina esa distribución de probabilidades.

Decimos que el conjunto de probabilidades en torno a S constituye un retículo. A cada una de las proposiciones corresponde un subconjunto cerrado del espacio de Hilbert.

Imaginemos que el observable A se refiere, por ejemplo, a la energía del sistema. Medida la energía de S en q, pongamos que se obtiene el valor «5». Si, antes de que S haya evolucionado con el tiempo, volvemos a medir la energía, obtendremos el mismo valor. El valor «5», está asociado *con certeza* al estado q' de S en que S se encuentra tras ser inmediatamente medido y había arrojado ese valor, a saber, «5». Mas entra en lo posible que q, el estado en que S estaba en el instante de ser medido, fuese tal que al valor «5» cupiese asociar sólo una probabilidad, pudiendo S en q adoptar otros valores de la energía, por ejemplo, «1» y «7» y «293». Luego $q \neq q'$. Esto es, al medir un sistema S, interactuamos con él, alterando su estado.

Ello está relacionado con el hecho de que el retículo de todas las proposiones posibles que vamos a enunciar en torno a S para, tras haber hallado la distribución de probabilidades, averiguar el estado q en que S efectivamente se encuentra, no es de Boole. En otras palabras; para un pregunta cualquiera, existe siempre otra tal que ésta y aquélla no son mensurables a un tiempo.

En Mecánica Clásica, todas las magnitudes físicas son simultáneamente mensurables. Podemos afirmar, por ejemplo, que un electrón tiene en el instante t una posición *y* una velocidad determinadas, donde la cópula «y» cumple la misma función que en una frase del tipo: «en el instante t, mi automóvil se desplazaba a 80 km. a la hora, *y* el velocímetro señalaba la cifra «80». En Mecánica Cuántica, dada una magnitud cualquiera A, existe al menos otra magnitud física B tal que A no es mensurable simultáneamente a B. Formalmente, se expresa esta circunstancia afirmando que los operadores autoadjuntos asociados a A y B, no conmutan entre sí. Supongamos, para simplificar la exposición, que los operadores asociados a A y B son proyecciones sobre los subespacios del espacio de Hilbert generados, respectivamente, por q' y xq' + yq", siendo «x» y «y» distintos de 0, $|x|^2 + |y|^2 = 1$, y q' y q" vectores ortonormales. Un autoestado de A con autovalor distinto de 0, es decir, un estado tal que la pregunta asociada a A reciba con seguridad la respuesta «sí», coincide con q'. Supongamos que S se halla en q'. Medimos a continuación B. Supongamos que la contestación a la pregunta asociada a B es «sí». Clásicamente, diríamos que S se halla en un estado tal, que la respuesta es «sí» para A *y* para B. Cuánticamente, ello no es correcto. El estado en que se halla S, tras ser medido afirmativamente B —lo mismo que A, B determina unívocamente el estado que es autoestado de B con valor «1»—, es $q = xq' + yq'' \neq q'$. No podemos decir que S se encuentra en un estado tal, que S satisface A *y* B, porque el estado en que S se encuentra, tras ser medido afirmativamente B, no coincide con el estado en que S pasó a encontrarse, al ser medido afirmativamente A. De hecho, con probabilidad $|y|^2$, puede que, al ser medido de nuevo A, tras haber sido medido afirmativamente B, obtengamos para A la contestación «no». Si S hubiese permanecido en idéntico estado a lo largo de las tres mediciones, detentaría simultáneamente las propiedades A, *y* B, *y* no-A. Sin embargo, seguimos nosotros anclados, en cierto modo, en la lógica clásica. La proposición: para S en el estado que fuere, simultáneamente A *y* no-A, queda inhibida porque la medición intermedia de B induce saltos de un estado a otro. A y B no son, por tanto, simultáneamente medibles.

DOS OBSERVACIONES SOBRE EL CONCEPTO DE ESTADO

Considere el lector un instante una proposición como la que sigue: «La probabilidad de que un murciano sea cartagenero, es x». ¿Qué se ha hecho? Se han postulado dos conjuntos, a saber, el de los naturales de la provincia de Murcia y el de los naturales de la ciudad de Cartagena, y se ha suscitado una relación entre ambos. No sé si esta relación es misteriosa, mas vamos a suponer que no lo es. Vamos a suponer, en fin, que comprendemos la estadística.

Considérese ahora una afirmación del tipo de: «La probabilidad de que Martínez sea cartagenero, es x». ¿Qué se acaba de hacer? Por lo general esto: referir el acontecimiento individual que es Martínez a un conjunto, por ejemplo, el de los naturales de la provincia de Murcia, apelando después, implícitamente, a la relación entre conjuntos que en el caso anterior se había suscitado. La afirmación tocante a Martínez habrá de leerse, una vez desarrollada, así: «La probabilidad de que Martínez, *en tanto que murciano* (o español, o europeo, etc.) sea de Cartagena, es x».

Otro es el caso de la Mecánica Cuántica. Cuando afirmamos de un sistema S en el estado q que tiene una probabilidad x de adoptar para la energía un valor a, no estamos diciendo que S en q, en tanto que elemento de un conjunto estadístico determinado, arrojará para la energía el valor a con probabilidad x: afirmamos más bien que *ése* S en q, por ser precisamente *ése* S en q, ofrece tal distribución probabilística, y no otra. Esta afirmación, peregrina desde un punto de vista clásico, halla expresión cabal en la distinción cuántica entre los estados puros y la mezcla estadística de estados. Como literalmente afirma Von Neumann, un estado puro q es un estado en que S efectivamente se encuentra, mientras que es el de la mezcla de estados un concepto derivado de la mera estadística. Varios estados puros, congregados en conjunto estadístico, constituyen una mezcla de estados.

Recuérdese, para mayor abundamiento, cómo se enfrenta Von Neumann al pleito de las variables ocultas. El partidario de éstas sostiene que un estado que venga definido por una distribución probabilística, es decir, que admita dispersión, constituye una descripción incompleta del auténtico estado en que el sistema se halla. Von Neumann traduce semejante tesis así: si un estado presenta dispersión, es resoluble en mezcla estadística de estados. Sin embargo, arguye, esta suposición conduce a contradicción. Existen, en fin, estados puros, no resolubles en mezclas estadísticas, que aún así presentan dispersión.

El segundo punto hace referencia al status epistemológico de la Mecánica Cuántica. El lector habrá echado de ver algo muy peculiar en la exposición del apartado precedente, a saber, que no se establece distinción precisa entre lo que un sistema S es en sí, y el modo como éste responde a las operaciones de medida. Pongamos que un sistema S se encuentra en un estado q tal, que sea capaz de asumir tres valores distintos, a o bien b o bien c, para el observable «energía». ¿Se encuentra S en tres niveles de energía distintos, sin hallarse propiamente en ninguno de ellos y al tiempo en cada uno con una determinada probabilidad, u ocurre sencillamente que *si medimos* el sistema S, el instrumento medidor correspondiente a la energía podrá registrar cualquiera de esos valores, cada cual con la adecuada probabilidad? ¿Tiene sentido hablar de un estado q de S tal, que en p *posee* esta energía, o ésa o la de más allá, aunque ninguna con fijeza? ¿Nuestra intuición clásica, proyectada al ámbito microscópico de lo cuántico, es extravía apenas intenta representarse las propiedades de lo muy pequeño en los términos y figuras que le ha inspirado lo grande. ¿Qué estado es el de un átomo, constituido por una superposición de distintos estados, cada uno con una energía cierta? ¿Una imbricación de ellos? ¿Unos sumados a otros, pero no confundidos con éstos, una multiplicidad que se integra en unidad? ¿Qué asevera, por ejemplo, el principio de incertidumbre? ¿Qué en un instante t, una partícula no puede tener posición o momento determinados, o que se pueden éstos medir al tiempo, es decir, que no son simultáneamente determinables? De ambas maneras, indistintamente, suele formularse el principio, aún distando una y otra de ser equivalentes. Sin embargo, existe una fuerte tendencia en el gremio de los físicos a afirmar que vale la una lo mismo que la otra, o, mejor dicho, a afirmar que no tiene sentido el sostener que no son equivalentes, ya que, si dos magnitudes no son simultáneamente determinables, ¿a qué detenerse a discutir si son simultáneamente determinadas? ¿Por qué hablar, en fin, de lo que no es posible medir?

No resulta tan sencillo, sin embargo, dar cerrojazo a la discusión. También en Mecánica Clásica se habla de lo que no se puede medir, y se habla de ello pese a que no se pueda medir, sin considerarlo, por eso, irreal. El operacionalismo extremo no reza con la ciencia afectiva. Para perfilar este punto, será bueno dar un rodeo hasta el ámbito clásico de

Laplace, tomando de paso prestada la distinción que Kripke[4] ha establecido entre los conceptos de lo «necesario» y lo «a priori».

En la gran serie escrita en colaboración con Lifschitz, abre Landau[5] el volumen dedicado a la Mecánica Clásica con un aserto que viene a decir más o menos lo siguiente: «La experiencia demuestra que, dadas simultáneamente las coordenadas y las velocidades de un sistema de N puntos materiales, está determinado completamente el estado del sistema, siendo hacedero, en principio, predecir su movimiento futuro». En realidad la experiencia matemática demuestra, más bien, lo inverso: basta que los cuerpos sean en número superiores a dos, para que no exista una solución matemática general de las ecuaciones de Newton, teniendo en cuenta únicamente la atracción gravitatoria. Debemos entonces reformular el principio determinista así: si para un instante están fijadas las velocidades y posiciones del sistema, estarán en principio determinadas para todos los instantes siguientes. Que podamos *en efecto* determinarlas, dependerá de nuestra situación epistémica, de que hayamos dado, pongo por caso, con el hamiltoniano correcto del sistema. El sistema se halla *necesariamente* determinado, aún no pudiendo nosotros fijar, *a priori*, cómo se produce o manifiesta esa determinación. La Mecánica Clásica afirma tan sólo que el curso futuro del sistema se sigue inexorablemente de su estado de partida, en otras palabras, que dado que S es el que es en el instante t (0), S será el que efectivamente va a resultar que es en cualquier instante t > t (0). No interviene para nada nuestra *destreza predictiva*. La sustancia del aserto es, digamos, ontológica. S es así porque fue de tal manera, o bien: S es de tal manera, ya que fue de tal otra.

Se acostumbra a contraponer, al carácter determinista de la Mecánica Clásica, el probabilístico de la Cuántica. Ello sólo a medias es exacto. Si el estado de un sistema cuántico S está representado en el instante t (0) por la función de ondas q (0), y no se procede, en los momentos intermedios, a ninguna medición de S, el estado de S en el instante t estará representado, según la ecuación de Schrodinger, por la función de ondas

$$q\,(t) = e^{\,iH\Delta t}\, q(0),$$

siendo «Δt» el tiempo transcurrido entre t y t (0), y H el hamiltoniano del sistema. Para que la ecuación valga, repito, es menester que no se registren operaciones de medida, es decir, que el sistema S permanezca *inobservado*. Podemos corroborar la ecuación viendo, esto es, midiendo el estado en t y concluyendo después si coincide con el predicho teórica-

[4] KRIPKE, Saul: *Naming and Necessity*, Semantics of Natural Languages, 253-355, 1972.

[5] LANDAU y LIFSHITZ, *Mecánica*, Reverté, 1970.

mente a partir de q (0). Mas ello no introduce al observador en ningún sentido trascendente. Significa tan sólo, que para comprobar cuál es el estado de S en un instante t, hemos de medir S.

Al igual que en el contexto clásico, se afirma un principio determinista, se declara lo que a S, lo estemos mirando o no (mejor dicho, mientras no lo estemos mirando) le acontece conforme trascurre el tiempo.

¿Cómo se compadece entonces esta interpretación objetivista de estado con el hecho de que en Mecánica Cuántica se enuncie el último según es visto a través del instrumento medidor? ¿Cómo conciliar dos puntos de vista, uno de los cuales entiende por estado en un instante t lo que el sistema S que lo posee *es* en ese instante, mientras que el otro caracteriza unívocamente al estado de S en t, por la distribución de probabilidades que S en t arroja, cuando es *medida* cada proposición del retículo? Parece obligado suponer que la distribución de probabilidades de S en t, constituye una descripción definida de lo que S en t físicamente es, sea cual fuere lo que S, en t, intrínsecamente sea.

En otras palabras: no es menester imaginarse a S en t como siendo *en realidad* de ninguna manera concreta que tenga contrapartida en el mundo macroscópico. Si e es un electrón en la proximidad de un átomo, no es cuestión de imaginarse al electrón como un objeto esférico que no alcanza a ser objeto, o como un objeto ubicuo que propiamente no termina de estar en ningún punto determinado. En verdad, no se trata de imaginarse al electrón de ningún modo. Es suficiente con admitir que el electrón, o éste en compañía del nucleo del átomo, o de lo que proceda, es en cada instante una cosa física, y no visualmente, concreta, y que esa cosa concreta que en un instante t es, es tal que si en ese instante la midiéramos, obtendríamos una distribución de probabilidades determinada, la única que a su estado en t corresponde. Visto por fuera, esto es, *medido*, el objeto cuántico se nos presenta como una distribución de probabilidades. El objeto cuántico, además, en cada instante, *es*. Es de la manera que por de fuera, e inequívocamente, declara la distribución probabilística.

EL ESTADO INAVERIGUABLE

En este punto cabría quizá hacer una objeción. Sería esta: si la única manera de saber que S está en q es por medio de una propiedad macroscópica, digamos A, no encontraré modo de saber que A es precisamente la propiedad que corresponde al estado q. Por ser A el único acceso a q, no existe medio independiente de corroborar que, efectivamente, dado S en q, acontece A.

El argumento está, sin embargo, mal emplazado. La Mecánica Cuántica no habla de corroboraciones, sino de identidades o designaciones. Me explico: la Mecánica Cuántica se asemeja a una teoría que me ofrece, pongo por caso, N esferas, cada una de distinto color o matiz dentro de un mismo color, y, asumiendo que yo no vaya a encontrar especial dificultad en la distinción de colores o matices de color, afirma: el estado (sea lo que fuere un estado) en que se encuentra cada esfera, es tal, que si dos bolas están en un mismo estado, tendrán el mismo color y matiz de color, y si están en estados distintos, presentarán distinto color o matiz de color. *Asumida la teoría*, podré yo entonces designar el estado en que cada bola se encuentra. Cada bola se encuentra, precisamente, en el estado tal, que corresponde al color que la bola efectivamente presenta. La teoría me permite identificar estados a partir de colores y matices de color.

Lo que aquí queremos mostrar, por lo contrario, es que, dada la axiomática cuántica, no es posible, a partir de ningún experimento imaginable, decidir que un objeto S presenta el conjunto de rasgos macroscópicos suficientes para afirmar que todo sistema S que los posea, se halla efectivamente en *un estado* q. Volviendo al ejemplo de las bolas coloreadas: no se trata de que no podamos designar el estado q de una bola por medio de una descripción que no haga alusión a los colores, sino sucede, más bien , que carecemos de criterio para distinguir cómo designan los colores. Nos fallan los estados porque nos fallan sus designaciones.

Y ahora, vayamos al grano. Para ello necesitamos recordar dos puntos y describir nuestro experimento imaginario. Los puntos son:

1. El estado q en que S se encuentra, es un estado q en que puede encontrarse un S *individual*.

2. Cuando mido una proposición cualquiera en torno a S, puedo alterar el estado en que S se encontraba en el instante de ser medido. Ello se debe, naturalmente, al hecho de que la proposición medida pudiera no ser simultáneamente medible a la proposición con autovalor «1» para el estado q en que S se encontraba al ser medido. Aquí bastará recordar que núnca sabremos en principio, al medir un S, si estamos alterando el estado de S.

Los experimentos imaginarios que aquí realicemos, estarán en la línea expuesta por Von Neumann en sus *Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica*. Nos enfrentaremos, esto es, a un gran conjunto estadístico constituido por sistemas S. Para medir el estado en que los S presumiblemente se hallan, habremos de encontrar la probabilidad con que cada proposición del retículo es satisfecho en el conjunto. Realizamos en cada caso N experimentos, siendo N muy grande, aunque despreciable con relación a la magnitud del conjunto total. Cada medición altera posiblemente el estado del S medido, pero como el número total de mediciones será despreciable respecto de la magnitud del conjunto, este seguirá constituyendo una expresión estadística fiel del estado en que los S se encuentran.

Pues bien: si enunciar el estado q(t) en que S se encuentra en t, equivale a anunciar la distribución probabilística de S en t sobre el retículo de proposiciones, q (t) es experimentalmente, y por principio, indefinible.

Eliminemos toda referencia al tiempo, hablando, no de q (t) sino, más parsimoniosamente, de q tan sólo. Imaginemos que queremos medir q de S(0), siendo S(0) un sistema individual. Ya que q se define como una distribución probabilística sobre un retículo, habré de congregar, para enunciar probabilidades, un conjunto estadístico de sistemas S q-equivalentes, es decir, de sistemas S que se hallen en un mismo estado, a saber, aquel que quiero medir. Habré de disponer por tanto de un criterio de q-equivalencia. ¿Cómo obtenerlo? Puede alegar que dos sistemas, S(1) y S(2), son q-equivalentes si el estado de S(1) ofrece la misma distribución probabilística que el estado de S(2), mas ello me sirve de poco, ya que lo que pretendo averiguar es cómo se llega a la conclusión de que, efectivamente, un sistema S individual ofrece determinada distribución de probabilidades, a saber, la correspondiente a q.

Pongamos que se me ofrece un conjunto estadístico de sistemas S, y que compruebo, a la manera de Von Neumann, que la distribución estadísitca para el retículo correspondiente a ese conjunto, es homogénea y no reducible a mezcla estadística, es decir, que existe un estado q tal que un S que se encuentra en q, ofrecerá una distribución probabilística igual a la que deduzco del conjunto. Puedo entonces afirmar que *si* los sistemas que componen el conjunto estadístico *se hallan en el mismo estado*, cualquier sistema integrado en el conjunto estará en el estado q al que caracteriza la distribución de probabilidades que he obtenido midiendo cada proposición del retículo sobre muestras del conjunto. Mas, ¿cómo se que un *sistema individual S* del conjunto se halla en q, es decir, ofrece la distribución probabilística adecuada? Más aún: ¿cómo saber que un sistema individual cualquiera del conjunto, se halla en el mismo estado que otro sistema cualquiera individual del conjunto? *Si todos se hallan en el mismo estado*, sabré el estado específico en que se hallan todos y cada uno de ellos. Mas el caso es saber si uno individual se halla en el mismo estado que otro individual, conocimiento que, en principio, está presupuesto, mientras nos mantengamos en el mismo plano, en el conocimiento de que todos se hallan en un mismo estado.

Volvamos al intento de adivinar la distribución de probabilidades para un S individual en un estado q, sin buscar equivalencias de estado. Pensemos en un caso como el siguiente: el de *un dado* al que atribuimos la probabilidad x de que, al ser arrojado sobre la mesa, enseñe la cara «6». Cabe imaginar dos experimentos igualmente válidos: el de arrojar muchos dados equivalentes al de partida simultáneamente sobre la mesa, y el de arrojar el dado de partida muchas veces sobre la mesa. En ambos casos, tomaremos nota del número relativo de veces en que aparece el «6», y haremos las cuentas. ¿Podríamos substituir, igualmente, el conjunto estadístico de sistemas q-equivalentes, por un conjunto sucesivo de mediciones, realizadas *sobre el mismo* sistema? Evidentemente, no, ya que el estado de un sistema puede variar al experimentar éste una medición. La analogía con el dado no nos ayuda. Sugiere, sin embargo, una pregunta interesante: ¿qué nos permite, en el caso del dado, considerar a varios dados como equivalentes a efectos del cálculo estadístico que nos aprestamos a realizar, o qué nos autoriza —es lo mismo— a declarar parejas las sucesivas operaciones de arrojar el mismo dado sobre la mesa? Mecánicamente, las sucesivas operaciones de arrojar el mismo dado sobre la mesa difieren radicalmente, es decir, coinciden, en cada caso, con una distinta trayectoria del dado en el espacio-tiempo. Si poseyéramos los datos suficientes acerca del cuerpo rígido en que el dado consiste, y las precisas circunstancias en que lo hemos dejado caer de nuestra mano, podríamos incluso predecir la posición exacta y la cara exacta del dado tras posarse sobre la superficie de la mesa. En verdad, el concepto de probabilidad revela aquí un estado de desconocimiento. Hablamos de probabilidad porque no podemos hablar de trayectorias precisas. Y no podemos hablar de trayectorias precisas porque desconocemos las condiciones de partida precisas, al arrojar una y otra vez el dado. ¿Qué asemeja entonces una operación a otra operación, un gesto de la mano a otro gesto de la mano? Esto: que, con relación a las presuntas trayectorias precisas, son los gestos imprecisos, o si se quiere son, en lo que a nuestro conocimiento se refiere, igualmente imprecisos. Son parejos porque sobre ellos sabemos igualmente poco, y este desconocimiento que en lo tocante a ellos nos afecta, lo expresamos mediante una probabilidad. La probabilidad denota lo que (fijadas ciertas condiciones de partida, perfectamente observables, aunque no lo bastante rigurosas para decirnos qué va a suceder exactamente a un dado) va a acontecer, estadísticamente, a ese dado. Las distintas operaciones son por tanto equivalentes en dos sentidos: primero, porque todas satisfacen ciertas condiciones (que yo arroje el dado, que el dado sea el mismo, etc.), segundo, porque, una vez satisfechas esas condiciones, sabemos igualmente poco sobre lo que de cada operación va a resultar.

En cierto modo inversa es la situación en Mecánica Cuántica. Queremos adivinar el estado q de S, esto es, queremos adivinar una distribución probabilística, mas la dispersión asociada no delata una mengua de conocimiento por nuestra parte. La distribución probabilística que a S en q corresponde, denota una condición precisa de S en q. Para formar el conjunto estadístico correspondiente, no se puede aludir a una *situación de desconocimiento*. Es menester suministrar un criterio de q-equivalencia que seleccione siempre el mismo q.

Lo que el físico hace, naturalmente, es otra cosa. El físico propone un criterio de identidd C macroscópico, y afirma: si S satisface C, S está en q. Juntados muchos S que hayan satisfecho C, procede entonces a estimaciones estadísticas, pudiendo, en teoría, calcular la distribución probabilística que caracteriza a q. De esta manera se corta el nudo gordiano, porque sé de un *S individual* que satisface C, es decir, que está en q, aunque yo no haya procedido aún a caracterizar, probabilísticamente, q. Como puedo saber, sin embargo, cuándo S(1) y S(2) están en un mismo estado q (ambos satisfacen C), puedo formar la clase de equivalencia, y *medir* q.

¿Algo anda mal? Teóricamente, sí. ¿Cómo sé que si S(1) y S(2) satisfacen ambos C, *están en un mismo estado*? ¿Porque pertenecen al conjunto estadístico de los sistemas que satisfacen C, y ese conjunto estadístico arroja una distribución correspondiente a lo que denominamos «estado homogéneo»? Hemos supuesto antes que nos hallábamos ante un conjunto de semejantes características, y que ello no nos permitía afirmar de un sistema individual S(1), que su estado fuera el mismo que el de otro sistema S(2). En realidad C consituye una conjetura acerca del estado q en que S se encuentra, mas de tal naturaleza, que resulta inverificable. En teoría, existe siempre un criterio C macroscópico (el observable correspondiente a un conjunto completo de observables que conmutan, conjunto cuya existencia garantiza la axiomática) tal, que todos los S que satisfacen C, están en un estado unívoco q. Más, ¿cómo saber que C corresponde a un conjunto completo de observables que conmutan? ¿Por qué genera un conjunto de sistemas homogéneo? Hemos visto que no. C puede ser tal, que uno de los sistemas S que satisface C se encuentre en un estado distinto al de otro que también satisface C. Al medir el estado q de S, al medir cualquier S individual, destruimos el estado en que S se encuentra, no pudiendo saber si ese estado de ese sistema, era tal que, además de satisfacer C, se ajustaba a la distribución probabilística que hemos deducido del conjunto generado por C.

Jauch, sorprendentemente, ha creído hallar una solución afirmando que el estado q en que S se encuentra, *es por definición* el criterio C que S satisface. Si S, por satisfacer C, resulta que se halla por definición en q, sabemos desde luego, que S no puede no hallarse en q, y se han acabado los problemas. Mas al tiempo, ese estado q viene dado por una distribución de probabilidades. Ello excluye que «estado», en su acepción primera, coincida por definición con «estado» en su acepción segunda. Mas impide incluso que se pueda afirmar, de ambas acepciones, que son coextensivas. Porque imaginemos que dos criterios macroscópicos *distintos* arrojan idénticos conjuntos estadísticos de S. Imaginemos, que el criterio C de referencia constituye un proceso que dura todo el tiempo comprendido entre los instantes t(1) y t(3), y que los S que son seleccionados lo son instantáneamente, en cualquier momento de los comprendidos en el lapso mencionado. C nos permite construir un criterio C(1) que es idéntico a C con la sóla diferencia de que no dura sino hasta un instante t(2) comprendido entre t(1) y t(3). C(2), a diferencia de C(1), dura sólo desde t(2), excluido éste, hasta t(3). Como procesos macroscópicos, C(1) y C(2) son distintos en el tiempo, y si un S satisface el uno, no puede satisfacer el otro. Además, ambos criterios generan conjuntos estadísticos cuyas medidas de probabilidad corresponden a un mismo estado. Luego, para evitar el desastre, hemos de declarar a C(1) y C(2) equivalentes, modificando nuestra formulación así: un sistema S está en el estado q, si y sólo si satisface cualquier elemento del conjunto C, clase de equivalencia de criterios o preparaciones C macroscópicas.

Mas, ¿cómo decidir que C(1) y C(2) pertenecen ambas a C? Si empleo un criterio de equivalencia entre los C macroscópicos *independiente* del criterio de equivalencia que me deparan los conjuntos estadísticos que ellas generan (independientemente del criterio macroscópico de equivalencia que desee adoptar, me viene ya impuesto por la teoría un criterio de equivalencia estadístico: dos conjuntos estadísticos son equivalentes, si medido cada uno arrojan la misma distribución de probabilidades), *puede* ocurrir que dos preparaciones macroscópicas distintas arrojen conjuntos estadísticos equivalentes, o viceversa, dos preparaciones macroscópicas equivalentes arrojen conjuntos estadísticos distintos. Habré entonces de afirmar que dos preparaciones macroscópicas C(1) y C(2), son equivalentes *si* generan conjuntos estadísticos equivalentes, y *sólo entonces*. ¿Resuelve ello algo? No, porque hemos desplazado completamente el criterio de equivalencia de nuevo a los conjuntos estadísticos. S(1) y S(2) se hallarán en un mismo estado q cuando existen dos preparaciones equivalentes C(1) y C(2) que S(1) y S(2), respectivamente, satisfacen, y esto equivale a decir que el conjunto estadístico generado por C(1) al que S(1) pertenece, es equivalente *estadísticamente* al conjunto generado por C(2) a que S(2) pertenece. ¿Mas cómo sé que por esta razón un S(1) individual está en el mismo estado que un S(2) individual? Nos hallamos exactamente en la situación que discutíamos al comienzo de la tercera parte. Al delegar el significado de la selección macroscópica, que sí pueden satisfacer o no satisfacer sistemas individuales, en los conjuntos estadísticos, hemos incurrido en un argumento circular. El estado q de un sistema S individual es sólo conjeturable, nunca averiguable. Ello no invalida la Mecánica Cuántica Ortodoxa. Unicamente, la hace un poco más impalpable.